

МАТЕМАТИКА

Вариант состоит из двух частей и содержит 15 заданий. При выполнении заданий части 1 требуется записать только ответ. При выполнении заданий части 2 требуется записать полное решение.

Часть 1

1. Найдите значение выражения $\frac{\left(\frac{3}{7^5} \cdot \frac{2}{9^3}\right)^{15}}{63^9}$.
2. Найдите значение выражения $\frac{\log_2 3,2 - \log_2 0,2}{3^{\log_9 25}}$.
3. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{1}{7}$, $AC = 4\sqrt{3}$. Найдите AB .
4. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$ с вершинами в точках $A(2;7)$, $B(1;4)$, $C(2;-1)$ и $D(-4;4)$.
5. Найдите произведение корней уравнения $\frac{4x+2}{x-2} + \frac{6x-12}{4x+2} = 5$.
6. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = 2\sin x - 5x$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$.
7. Найдите сумму всех целых решений неравенства $\sqrt{x^2 + 6x + 6} \leq \sqrt{7}$.
8. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?
9. Найдите число корней уравнения $\cos \pi x \cdot \operatorname{tg} \frac{15\pi}{4x} = 0$, принадлежащие отрезку $\left[\frac{1}{2}, 8\right]$.
10. В цилиндре периметр осевого сечения равен 40 см, диагональ этого сечения образует с плоскостью основания угол 45° . Найдите $\frac{V_{\text{цил.}}}{\pi}$ (в куб. см.).
11. Дана арифметическая прогрессия (a_n) , в которой $a_3 = -21,4$, $a_{13} = -40,4$.
Найти:
 - 1) первый член прогрессии;
 - 2) разность прогрессии;
 - 3) десятый член прогрессии;
 - 4) сумму первых двадцати членов прогрессии;
 - 5) разность двенадцатого и седьмого членов прогрессии.
12. Если график функции $f(x) = ax^2 - 5x + 3$ проходит через точку с координатами $(-1; 6)$, то
 - a) значение коэффициента a равно

- б) наибольшее значение функции $f(x)$ равно
- в) меньший корень уравнения $f(x) = |2x - 3|$ равен
- г) наибольшее решение неравенства $f\left(\frac{2}{x}\right) \leq 0$ равно
- д) значение коэффициента b , при котором прямая $y = x + b$ является касательной к графику функции $f(x)$, равно

Часть 2

13. а) Решите уравнение $\frac{(x-2)^2}{2} + \frac{18}{(x-2)^2} = 7 \cdot \left(\frac{x-2}{2} - \frac{3}{x-2}\right) + 10$.

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $[-2; 2]$.

14. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона AB основания равна 8, а боковое ребро AA_1 равно $4\sqrt{2}$. На ребрах BC и $C_1 D_1$ отмечены точки K и L соответственно, причем $BK = C_1 L = 2$. Плоскость γ параллельна прямой BD и содержит точки K и L .

а) Докажите, что прямая $A_1 C$ перпендикулярна плоскости γ .

б) Найдите расстояние от точки B до плоскости γ .

15. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $-ax + \sqrt{3 - 2x - x^2} = 8a + 2$ имеет единственный корень.