МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФГБОУ ВО «Брянский государственный технический университет»
(БГТУ)

Политехнический колледж (ПК БГТУ)

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 00DF212636081B4F2FEC2C849AFF43F11D
Владелец: Федонин Олег Николаевич
Действителен: с 27.07.2023 до 19.10.2024

УТВЕРЖДАЮ
Ректор ФГБОУ ВО БГТУ
__________ О.Н.Федонин

«30» 08 2020 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

по порядку проведения видов разбора по дисциплине

ЕН.03. Теория вероятностей и математическая статистика

Специальность:	**09.02.03 Программирование в компьютерных системах**
Уровень образования выпускника:	среднее профессиональное образование (СПО)
Программа подготовки специалиста среднего звена (ППССЗ):	базовая
Присваиваемая квалификация:	Техник-программист
Форма обучения:	очная
Срок получения СПО по ППССЗ:	3 года 10 месяцев
Уровень образования, необходимый для приема на обучение по ППССЗ:	основное общее образование
Год приема на обучение на 1-й курс:	2020

Брянск 2020

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

по порядку проведения видов разбора по дисциплине

ЕН. 03 Теория вероятностей и математическая статистика

для специальности **09.02.07 Информационные системы и программирование**

Разработал:

– преподаватель ПК БГТУ И.П.Парфенова

РП УД рассмотрена и одобрена на заседании предметно-цикловой комиссии *«Математические и общие естественнонаучные дисциплины»* ПК БГТУ

от «30» 08 2020 г., протокол № 1

Председатель ПЦК Л.А. Лазарева

Согласовано

Заместитель директора ПК БГТУ

по учебно-методической работе, Т.Е. Балашова

Содержание

Введение	5
Основные понятия	6
1.Вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей	7
1.1.Основные понятия комбинаторики	7
1.2.Решение комбинаторных задач	10
1.3.Понятие о случайном событии. Виды событий. Вероятность события	12
1.4.Классическое определение вероятности	12
1.5.Теорема сложения вероятностей несовместных событий	14
1.6.Теорема умножения вероятностей несовместных событий	15
2. Случайная величина, её функция распределения	17
2.1.Случайная величина, способы её задания	17
2.2.Дитскретная и непрерывная случайные величины	17
2.3.Закон распределения случайной величины	18
2.4.Биномиальное распределение	20
3.Математическое ожидание и дисперсия случайной величины	22
3.1.Математическое ожидание дискретной случайной величины	22
3.2.Среднее квадратичное отклонение и дисперсия случайной величины	23
4. Практические задания для самоконтроля	25
5. Ответы	28
Список литературы	29
Приложение	30

ВВЕДЕНИЕ

Основная цель изучения математики в средних специальных учебных заведениях состоит в том, чтобы дать студентам набор математических знаний и навыков, необходимых для изучения других программных дисциплин, использующих в той или иной мере математику, для умения выполнять практические расчеты, для формирования и развития логического мышления.

В данной работе последовательно вводятся все базовые понятия раздела математики: «Основы теории вероятностей и математической статистики», предусмотренные программой и ФГОС, формулируются основные теоремы, большая часть которых не доказывается. Рассматриваются основные задачи и методы их решения и технологии применения этих методов к решению практических задач. Изложение сопровождается подробными комментариями и примерами.

Методические указания могут быть использованы для первичного ознакомления с изучаемым материалом, при конспектировании лекций, для подготовки к практическим занятиям, для закрепления полученных знаний, умений и навыков. Кроме того, пособие будет полезно и студентам-старшекурсникам как справочное пособие, позволяющее быстро восстановить в памяти то, что было изучено ранее.

В конце работы приведены примеры и задания, которые студенты могут выполнять в режиме самоконтроля.

Методические указания предназначены для преподавателей и студентов любой формы обучения.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Многие, столкнувшись с понятием «теория вероятностей», «математическая статистика» пугаются, думая, что это нечто непосильное, очень сложное. Но всё на самом деле не так трагично. Мы рассмотрим основное понятие теории вероятностей, комбинаторики, математической статистики, изучим основные формулы, рассмотрим задачи и их решения.

Что же изучает такой раздел математики, как теория вероятностей, математическая статистика и комбинаторика. Впервые этим вопросом заинтересовались ученые ещё в 18 веке, когда изучали азартные игры.

Основное понятие теории вероятностей – событие. Это любой факт, который констатируется опытом или наблюдением. Но что же такое опыт? Ещё одно основное понятие теории вероятностей. Оно означает, что этот состав обстоятельств создан не случайно, а с определённой целью.

Теория вероятностей изучает объективные закономерности массовых случайных событий. Она является теоретической базой для математической статистики. Математическая статистика занимается разработкой методов сбора, описания и обработки результатов наблюдений. Путем наблюдений (испытаний, экспериментов), т.е. опыта в широком смысле слова, происходит познание явлений действительного мира.

В своей практической деятельности мы часто встречаемся с явлениями, исход которых невозможно предсказать, результат которых зависит от случая.

Случайное явление можно охарактеризовать отношением числа его наступлений к числу испытаний, в каждом из которых при одинаковых условиях всех испытаний оно могло наступить или не наступить.

Теория вероятностей есть раздел математики, в котором изучаются случайные явления (события) и выявляются закономерности при массовом их повторении.

Математическая статистика - это раздел математики, который имеет своим предметом изучения методов: сбора, систематизации, обработки и использования статистических данных для получения научно обоснованных выводов и принятия решений.

При этом под **статистическими данными** понимается совокупность чисел, которые представляют количественные характеристики интересующих нас признаков изучаемых объектов. Статистические данные получаются в результате специально поставленных опытов, наблюдений.

Статистические данные по своей сущности зависят от многих случайных факторов, поэтому математическая статистика тесно связана с теорией вероятностей, которая является ее теоретической основой.

I. ВЕРОЯТНОСТЬ. ТЕОРЕМЫ СЛОЖЕНИЯ И УМНОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1.1. Основные понятия комбинаторики

Прикладной аспект теории связан с необходимостью подсчитывать количества различных объектов, учитывая или не учитывая их порядок. Например, метеорологу для составления прогноза погоды на 10 января этого года приходится анализировать не только характер последних данных о природных явлениях, но и варианты характеристик погоды на 10 января в предыдущие годы.

Раздел математики, занимающийся подсчётами количества различных комбинаций между объектами, называется **комбинаторикой.**

Группы, составленные из каких–либо элементов, называются **соединениями**. Различают три основных вида соединений: **размещения, перестановки и сочетания.**

Задачи, в которых производится подсчет возможных различных соединений, составленных из конечного числа элементов по некоторому правилу, называются комбинаторными. Раздел математики, занимающийся их решением, называется **комбинаторикой.**

В разделе математики, который называется комбинаторикой, решаются некоторые задачи, связанные с рассмотрением множеств и составлением различных комбинаций из элементов этих множеств. Например, если взять 10 различных цифр 0, 1, 2, 3,… , 9 и составлять из них комбинации, то будем получать различные числа, например 143, 431, 5671, 1207, 43 и т.п.

Мы видим, что некоторые из таких комбинаций отличаются только порядком цифр (например, 143 и 431), другие - входящими в них цифрами (например, 5671 и 1207), третьи различаются и числом цифр (например, 143 и 43).

Таким образом, полученные комбинации удовлетворяют различным условиям. В зависимости от правил составления можно выделить три типа комбинаций: *перестановки, размещения, сочетания.*

Предварительно познакомимся с понятием ***факториала***.

Произведение всех натуральных чисел от 1 до n включительно называют ***n* - *Факториалом*** и пишут

$$\mathbf{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots \cdot (n-1)n = n!}$$

Пример 1. Вычислить: а) **3!**; б) **7! – 5!**; в) $\frac{7!-5!}{6!}$ **.**

Решение. а) $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$.

б) Так как $7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \text{ и } 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$, то можно вынести за скобки 5!.

Тогда получим

$$5!(6 \cdot 7 - 1) = 5! \cdot 41 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 41 = 120 \cdot 41 = 4920.$$

в) $\frac{7!+5!}{6!} = \frac{5!(6 \cdot 7+1)}{5! \cdot 6} = \frac{6 \cdot 7+1}{6} = \frac{43}{6} = 7\frac{1}{6}$

1. Перестановки

Комбинация из n элементов, которые отличаются друг от друга только порядком элементов, называются перестановками.

Перестановки обозначаются символом P_n, где n - число элементов, входящих в каждую перестановку. (*P* - первая буква французского слова *permutation*- перестановка).

Число перестановок можно вычислить по формуле

$$P_n = n \cdot (n-1)(n-2)...3 \cdot 2 \cdot 1$$

или с помощью факториала:

$$P_n = n!$$

Запомним, что ***0!=1 и 1!=1.***

Пример 2. Сколькими способами можно расставлять на одной полке шесть различных книг?

Решение. Искомое число способов равно числу перестановок из 6 элементов, т.е.

$$P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720.$$

Примеры

1.На собрании пожелали выступить 4 человека. Сколькими способами можно расположить список докладчиков?

Решение: $\mathrm{P}_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$.

2.Сколько шестизначных чисел, кратных пяти, можно составить из цифр1,2,3,4,5,6 при условии, что в числе цифры не повторяются?

Решение: цифра 5 должна стоять на последнем месте (кратные пяти). Остальные пять цифр могут стоять на оставшихся пяти местах в любом порядке, $\mathrm{P}_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$.

2. Размещения

Размещениями из *n* элементов по *m* в каждом называются такие соединения, которые отличаются друг от друга либо самими элементами (хотя бы одним), либо порядком из расположения.

Размещения обозначаются символом A_n^m, где *n*- число всех имеющихся элементов, *m* - число элементов в каждой комбинации. (*A*-первая буква французского слова *arrangement,* что означает «размещение, приведение в порядок»).

При этом полагают, что $m \leq n$.

Число размещений можно вычислить по формуле

$$A_n^m = n \cdot (n-1)(n-2) \cdots (n-m+1) \qquad \textbf{(1)}$$

Запишем эту формулу в факториальной форме:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} \qquad \textbf{(2)}$$

Пример 3. Сколько вариантов распределения трех путевок в санатории различного профиля можно составить для пяти претендентов?

Решение. Искомое число вариантов равно числу размещений из 5 элементов по 3 элемента, т.е.

$$A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60.$$

Примеры

1. В группе 20 студентов. Сколькими способами могут быть выбраны староста и его заместитель при условии, что каждый студент может быть выбран только на одну должность?

Решение: $A_{20}^2 = 20 \cdot 19 = 380$ **(способов).**

2. Группа изучает 7 учебных дисциплин. Сколькими способами можно составить расписание занятий на понедельник, если в этот день должно быть 3 различных пары?

Решение: $A_7^3 = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$.

3. Сколько различных двузначных чисел можно образовать из цифр 1,2,3,4?

Решение: $A_4^2 = 4 \cdot 3 = 12; \quad A_4^1 = 4$ (т. е. 11; 22; 33; 44).

Итого 12+4=16.

4. Сколько различных двузначных чисел можно образовать из цифр 1,2,3,4 при условии, что в каждом числе нет одинаковых цифр?

Решение: $A_4^2 = 4 \cdot 3 = 12$.

5. В некоторой газете 12 страниц. Необходимо на страницах этой газеты поместить 4 фотографии. Сколькими способами это можно сделать, если ни одна страница газеты не должна содержать более одной фотографии?

Решение: $A_{12}^4 = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 = 11880$.

3. Сочетания

Сочетаниями называются все возможные комбинации из *n* элементов по *m*, которые отличаются друг от друга, по крайней мере, хотя бы одним элементом (здесь *m* и *n*-натуральные числа, причем $m \leq n$).

Число сочетаний из *n* элементов по *m* обозначаются C_n^m (*С*-первая буква французского слова *combination*- сочетание).

В общем случае число из *n* элементов по *m* равно числу размещений из *n* элементов по *m*, деленному на число перестановок из *n* элементов:

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_n}$$

Используя для чисел размещений и перестановок факториальные формулы, получим:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!\,(n-m)!}$$

Пример 4. В бригаде из 25 человек нужно выделить четырех для работы на определенном участке. Сколькими способами это можно сделать?

Решение. Так как порядок выбранных четырех человек не имеет значения, то это можно сделать C_{25}^{4} способами.

Находим по первой формуле

$$C_{25}^{4} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 12650$$

Кроме того, при решении задач используются следующие формулы, выражающие основные свойства сочетаний:

$$C_m^n = C_m^{m-n} \quad (0 \le n \le m)$$

(по определению полагают $C_n^n = 1$ и $C_n^0 = 1$);

$$C_m^n + C_m^{n+1} = C_{m+1}^{n+1}.$$

Примеры

1. Группу студентов колледжа должны экзаменовать по математике комиссия из двух преподавателей. Сколькими способами может быть составлена такая комиссия, если в колледже пять преподавателей математики?

Решение: $C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5}{3! \cdot 1 \cdot 2} = 10$

2. Сколько матчей будет сыграно в футбольном чемпионате с участием 16 команд, если каждые две команды встречаются между собой один раз?

Решение: $C_{16}^2 = \frac{16!}{2! \cdot 14!} = \frac{14! \cdot 15 \cdot 16}{14! \cdot 1 \cdot 2} = 120$.

1.2. Решение комбинаторных задач

Задача 1. На факультете изучается 16 предметов. На понедельник нужно в расписание поставить 3 предмета. Сколькими способами можно это сделать?

Решение. Способов постановки в расписание трех предметов из 16 столько, сколько можно составить размещений из 16 элементов по 3.

$$A_{16}^{3} = \frac{16!}{(16-3)!} = \frac{16!}{13!} = \frac{13! \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16}{13!} = 14 \cdot 15 \cdot 16 = 3360.$$

Задача 2. Из 15 объектов нужно отобрать 10 объектов. Сколькими способами это можно сделать?

Решение.

$$C_{15}^{10} = \frac{15!}{(15-10)! \cdot 10!} = \frac{15!}{5! 10!} = \frac{10! \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15}{5! \cdot 10!} = \frac{11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{11 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 14}{2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1} =$$

$$= \frac{11 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 14}{2} = 11 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 7 = 3003.$$

Задача 3. В соревнованиях участвовало четыре команды. Сколько вариантов распределения мест между ними возможно?

Решение.

$$P_4 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24.$$

Задача 4. Сколькими способами можно составить дозор из трех солдат и одного офицера, если имеется 80 солдат и 3 офицера?

Решение. Солдат в дозор можно выбрать

$$C_{80}^{3}=\frac{80!}{77!3!}=\frac{77!\cdot 78\cdot 79\cdot 80}{77!\cdot 1\cdot 2\cdot 3}=\frac{78\cdot 79\cdot 80}{2\cdot 3}=13\cdot 79\cdot 80=82160$$

способами, а офицеров $C_{3}^{1}=3$ способами. Так как с каждой командой из солдат может пойти любой офицер, то всего имеется $C_{80}^{3}\cdot C_{3}^{1}=82160\cdot 3=246480$ способов.

Задача 5. Найти x, если известно, что $C_{x-2}^{2}=21$.

Решение.

Так как $C_{x-2}^{2}=\frac{(x-2)!}{(x-2-2)!2!}=\frac{(x-2)!}{(x-4)!\cdot 2}=\frac{(x-4)!\cdot(x-3)(x-2)}{(x-4)!\cdot 2}=\frac{(x-3)(x-2)}{2}$, то получим

$$\frac{(x-3)(x-2)}{2}=21,$$

$$(x-3)(x-2)=42,$$

$$x^{2}-5x+6-42=0,$$

$$x^{2}-5x-36=0$$

$$x_{1}=-4,\ x_{2}=9.$$

По определению сочетания следует, что $x-2\le 2$, $x\le 4$. Т.о. $x=9$.

Ответ: 9

Упражнения

1. Найти число размещений:

1) из 10 элементов по 4;

2) из (n + 4) элементов по (n – 2).

2. Составить все возможные перестановки из элементов:

1) 1; 2) 5;6; 3) a, b, c.

3. Вычислить значения выражений:

1)5! + 6! 2) $\frac{52!}{50!}$; 3) C_{15}^{13}; 4) $C_6^4+C_5^0$

4. Решить уравнение

$A_n^5=30A_{(n-2)}^4$

Ответы и решения

1. 1) 5040;

2) (n+4)(n+3)…(n+4 –(n–2)+1) = (n+4)(n+3)…$\cdot 8\cdot 7$.

2. $A_n^5=30A_{(n-2)}^4$

n(n-1)(n-2) …(n-4) = 30(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)

n(n-1) = 30(n-5),

n = 6, n = 25

4. 840; 2652; 105; 16

Дополнительно

Вычислите: 1) $\frac{P_6-P_5}{5!}$; 2) $\frac{20!}{5!\cdot 16!}$; 3) $\frac{A_{20}^6+A_{20}^5}{A_{20}^4}$ Ответы: 5; 969; 256.

$4)A_n^5 = 18A_{n-2}^4$; Ответ: [9; 10]; $5)P_{n+1} = 132A_n^k P_{n-k}$; Ответ: 10

$6)A_n^4 P_{n-4} = 42P_{n-2}$; Ответ: 7

$7)\frac{P_6(C_7^5 + C_7^4)}{A_{10}^7}$ Ответ: $\frac{1}{15}$

1.3. Понятие о случайном событии. Виды событий. Вероятность события

Всякое действие, явление, наблюдение с несколькими различными исходами, реализуемое при данном комплексе условий, будем называть ***испытанием.***

Результат этого действия или наблюдения называется ***событием.***

Если событие при заданных условиях может произойти или не произойти, то оно называется ***случайным***. В том случае, когда событие должно непременно произойти, его называют ***достоверным***, а в том случае, когда оно заведомо не может произойти,- ***невозможным***.

События называются ***несовместными***, если каждый раз возможно появление только одного из них.

События называются ***совместными***, если в данных условиях появление одного из этих событий не исключает появление другого при том же испытании.

События называются ***противоположными***, если в условиях испытания они, являясь единственными его исходами, несовместны.

События принято обозначать заглавными буквами латинского алфавита: *А, В, С, Д, … .*

Полной системой событий A_1, A_2, A_3, … , A_n называется совокупность несовместных событий, наступление хотя бы одного из которых обязательно при данном испытании.

Если полная система состоит из двух несовместных событий, то такие события называются противоположными и обозначаются А и $\bar{A}$.

Пример. В коробке находится 30 пронумерованных шаров. Установить, какие из следующих событий являются невозможными, достоверными, противоположными:

достали пронумерованный шар *(А);*

достали шар с четным номером *(В);*

достали шар с нечетным номером *(С);*

достали шар без номера *(Д).*

Какие из них образуют полную группу?

Решение. *А* - достоверное событие; *Д* - невозможное событие;

В и *С* - противоположные события.

Полную группу событий составляют *А* и *Д, В* и *С.*

Вероятность события, рассматривается как мера объективной возможности появления случайного события.

1.4. Классическое определение вероятности эгс -16

Число, являющееся выражением меры объективной возможности наступления события, называется ***вероятностью*** этого события и обозначается символом *P(A)*.

Определение. Вероятностью события *A* называется отношение числа исходов m, благоприятствующих наступлению данного события *A*, к числу *n* всех исходов (несовместных, единственно возможных и равновозможных), т.е.

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Следовательно, для нахождения вероятности события необходимо, рассмотрев различные исходы испытания, подсчитать все возможные несовместные исходы *n*, выбрать число интересующих нас исходов m и вычислить отношение *m* к *n*.

Из этого определения вытекают следующие свойства:

1. Вероятность любого испытания есть неотрицательное число, не превосходящее единицы.

Действительно, число m искомых событий заключено в пределах $0 \le m \le n$. Разделив обе части на *n*, получим

$$0 \le P(A) \le 1.$$

2. Вероятность достоверного события равна единице, т.к. $n/n = 1$.

3. Вероятность невозможного события равна нулю, поскольку $0/n = 0$.

Задача 1. В лотерее из 1000 билетов имеются 200 выигрышных. Вынимают наугад один билет. Чему равна вероятность того, что этот билет выигрышный?

Решение. Общее число различных исходов есть *n*=1000. Число исходов, благоприятствующих получению выигрыша, составляет m=200. Согласно формуле, получим

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{200}{1000} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

Задача 2. В партии из 18 деталей находятся 4 бракованных. Наугад выбирают 5 деталей. Найти вероятность того, что из этих 5 деталей две окажутся бракованными.

Решение. Число всех равновозможных независимых исходов *n* равно числу сочетаний из 18 по 5 т.е.

$$n = C_{18}^5 = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 18 \cdot 17 \cdot 28 = 8568$$

Подсчитаем число m, благоприятствующих событию А. Среди 5 взятых наугад деталей должно быть 3 качественных и 2 бракованных. Число способов выборки двух бракованных деталей из 4 имеющихся бракованных равно числу сочетаний из 4 по 2:

$$C_4^2 = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 6.$$

Число способов выборки трех качественных деталей из 14 имеющихся качественных равно

$$C_{14}^3 = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 14 \cdot 13 \cdot 2 = 364.$$

Любая группа качественных деталей может комбинироваться с любой группой бракованных деталей, поэтому общее число комбинаций *m* составляет

$$m = C_4^2 \cdot C_{14}^3 = 6 \cdot 364 = 2184.$$

Искомая вероятность события А равна отношению числа исходов m, благоприятствующих этому событию, к числу n всех равновозможных независимых исходов:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2184}{8568} \approx 0{,}255.$$

1.5. Теорема сложения вероятностей несовместных событий

Суммой конечного числа событий называется событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из них.

Сумму двух событий обозначают символом А+В, а сумму *n* событий символом $A_1+A_2+ \ldots +A_n$.

Теорема сложения вероятностей.

Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

$$P(A+B) = P(A) + P(B) \text{ или}$$

$$P(A_1 + A_2 + \ldots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n)$$

Следствие 1. Если событие $A_1, A_2, \ldots, A_n$ образуют полную систему, то сумма вероятностей этих событий равна единице.

$$P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n) = 1.$$

Следствие 2. Сумма вероятностей противоположных событий A и $\overline{A}$ равна единице.

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1.$$

Задача 1. Имеется 100 лотерейных билетов. Известно, что на 5 билетов попадает выигрыш по 20000 руб., на 10 - по 15000 руб., на 15 - по 10000 руб., на 25 - по 2000 руб. и на остальные ничего. Найти вероятность того, что на купленный билет будет получен выигрыш не менее 10000 руб.

Решение. Пусть А, В, и С- события, состоящие в том, что на купленный билет падает выигрыш, равный соответственно 20000, 15000 и 10000 руб. так как события А, В и С несовместны, то

$$P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{5}{100} + \frac{10}{100} + \frac{15}{100} = 0{,}3.$$

Задача 2. На заочное отделение техникума поступают контрольные работы по математике из городов *A, B* и *C*. Вероятность поступления контрольной работы из города *A* равна 0,6, из города *B* - 0,1. Найти вероятность того, что очередная контрольная работа поступит из города *C*.

Решение. События «контрольная работа поступила из города *A*», «контрольная работа поступила из города В» и «контрольная работа поступила из города С» образуют полную систему, поэтому сумма их вероятностей равна единице:

$$0{,}6+0{,}1+p=1, \text{ т.е. } p=1-0{,}7=0{,}3.$$

Задача 3. Вероятность того, что день будет ясным, $p=0{,}85$. Найти вероятность g того, что день будет облачным.

Решение. События «день ясный» и «день облачный» противоположные, поэтому

$$p+g=1, \text{ т.е } g=1-p=1-0{,}85=0{,}15.$$

1.6. Теорема умножения вероятностей независимых событий

При совместном рассмотрении двух случайных событий *A* и *B* возникает вопрос:

Как связаны события *A* и *B* друг с другом, как наступление одного из них влияет на возможность наступления другого?

Простейшим примером связи между двумя событиями служит причинная связь, когда наступление одного из событий обязательно приводит к наступлению другого, или наоборот, когда наступление одного исключает возможность наступления другого.

Для характеристики зависимости одних событий от других вводится понятие ***условной вероятности.***

Определение. Пусть *A* и *B* - два случайных события одного и того же испытания. Тогда условной вероятностью события *A* или вероятностью события А при условии, что наступило событие В, называется число $\frac{P(AB)}{P(B)}$.

Обозначив условную вероятность $P(A/B)$, получим формулу

$$P(A/B)=\frac{P(AB)}{P(B)}, \quad (P(B)\neq 0).$$

Задача 1. Вычислить вероятность того, что в семье, где есть один ребенок- мальчик, родится второй мальчик.

Решение. Пусть событие *A* состоит в том, что в семье два мальчика, а событие *B* - что один мальчик.

Рассмотрим все возможные исходы: мальчик и мальчик; мальчик и девочка; девочка и мальчик; девочка и девочка.

Тогда $P(AB)=\frac{1}{4}$, $P(B)=\frac{3}{4}$ и по формуле находим

$$P(A/B)=\frac{1}{4}:\frac{3}{4}=\frac{1}{3}\approx 0{,}3.$$

Событие *A* называется ***независимым*** от события *B*, если наступление события *B* не оказывает никакого влияния на вероятность наступления события *A*.

Теорема умножения вероятностей

Вероятность одновременного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B).$$

Вероятность появления нескольких событий, независимых в совокупности, вычисляется по формуле

$$P(A_1 A_2 ... A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot ... \cdot P(A_n).$$

Задача 2. В первой урне находится 6 черных и 4 белых шара, во второй- 5 черных и 7 белых шаров. Из каждой урны извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся белыми.

Решение. Пусть A_1 - из первой урны извлечен белый шар; A_2- из второй урны извлечен белый шар. Очевидно, что события A_1 и A_2 независимы.

Так как $P(A_1) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$, $P(A_2) = \frac{7}{12}$, то по формуле $P(A_1 A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2)$ находим

$$P(A_1 A_2) = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{12} = \frac{14}{60} = \frac{7}{30}.$$

Задача 3. Прибор состоит из двух элементов, работающих независимо. Вероятность выхода из строя первого элемента равна 0,2; вероятность выхода из строя второго элемента равна 0,3. Найти вероятность того, что: а) оба элемента выйдут из строя; б) оба элемента будут работать.

Решение. Пусть событие *А*- выход из строя первого элемента, событие *В*- выход их строя второго элемента. Эти события независимы (по условию).

а) Одновременное появление *А* и *В* есть событие *АВ*. Следовательно,

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}06.$$

б) Если работает первый элемент, то имеет место событие $\overline{A}$ (противоположное событию *А*- выходу этого элемента из строя); если работает второй элемент- событие *В*. Найдем вероятности событий $\overline{A}$ и $\overline{B}$:

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8;$$

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7.$$

Тогда событие, состоящее в том, что будут работать оба элемента, есть $\overline{A}\overline{B}$ и, значит,

$$P(\overline{A}\overline{B}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = 0{,}8 \cdot 0{,}7 = 0{,}56.$$

II. СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА, ЕЕ ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

2.1. Случайная величина, способы ее задания

Случайной называется величина, которая в результате испытания может принять то или иное числовое значение, причем заранее неизвестно, какое именно.

Если для какой - либо величины ее измерение повторять многократно в практически одинаковых условиях, то обнаружится, что всякий раз получаются несколько отличные друг от друга результаты. Это складывается влияние причин двух видов: 1) основных, определяющих главное значение результата; 2) второстепенных, обуславливающих их расхождение.

При совместном действии этих причин понятия необходимости и случайности оказываются тесно связанными между собой, но необходимое преобладает над случайным.

Таким образом, возможные значения случайных величин принадлежат некоторым числовым множествам.

Случайным является то, что на этих множествах величины могут принять любое значение, но какое именно, заранее сказать нельзя.

Случайная величина связана со случайным событием.

Если случайное событие - ***качественная характеристика*** испытаний, то случайная величина - его ***количественная характеристика***.

Случайные величины обозначают заглавными латинскими буквами X, Y, Z, а их значение – прописными- x_i, y_i, z_i.

Вероятность того, что случайная величина X примет значение x_1 обозначают:

$$P(X = x_1) = p_1 \text{ и т.д.}$$

Случайные величины задают законами распределения.

Закон распределения случайной величины - это соответствие, установленное между возможными значениями случайной величины и их вероятностями.

Законы распределения могут быть заданы тремя способами: табличным, графическим, аналитическим. Способ задания зависит от типа случайной величины.

Различают два основных типа случайных величин: ***дискретные и непрерывно распределенные случайные величины.***

2.2. Дискретная и непрерывная случайные величины

Если значения, которые может принимать данная случайная величина X, образует дискретный (конечный или бесконечный) ряд чисел $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ то и сама случайная величина X называется ***дискретной.***

Если же значения, которые может принимать данная случайная величина X, заполняют конечный или бесконечный промежуток (а, в) числовой оси *Ох,* то случайная величина называется ***непрерывной.***

Каждому значению случайной величины дискретного типа x_n отвечает определенная вероятность p_n; каждому промежутку (а, в) из области значений случайной величины непрерывного типа также отвечает определенная вероятность $P(a < X < b)$ того, что значение, принятое случайной величиной, попадает в этот промежуток.

2.3. Закон распределения случайной величины

Соотношение, устанавливающее тем или иным способом связь между возможными значениями случайной величины и их вероятностями, называется ***законом распределения*** случайной величины.

Закон распределения дискретной случайной величины обычно задается ***рядом распределения:***

x_i	x_1	x_2	x_3	…	x_n
p_i	p_1	p_2	p_3	…	p_n

При этом $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$, $p_1+p_2+\ldots+p_n=1$, где суммирование распространяется на все (конечное или бесконечное) множество возможных значений данной случайной величины X .

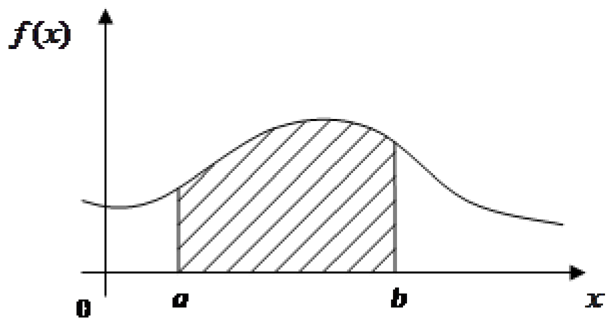
Закон распределения непрерывной случайной величины удобно задавать с помощью ***функции плотности вероятности*** $f(x)$.

Вероятность $P(a < X < b)$ того, что значение, принятое случайной величиной X , попадет в промежуток (а, в), определяется равенством

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx .$$

График функции $f(x)$ называется ***кривой распределения***.

Геометрически вероятность попадания случайной величины в промежуток (a,b) равна площади соответствующей криволинейной трапеции, ограниченной кривой распределения, осью *Ox* и прямыми *x=a, x=b.*



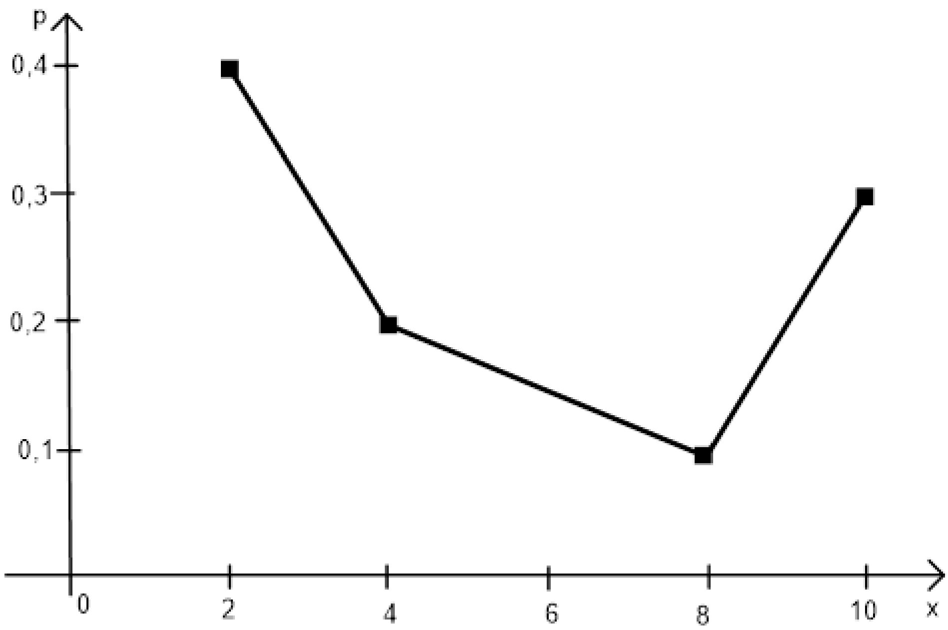
Задача1. Даны вероятности значений случайной величины X : значение 10 имеет вероятность 0,3; значение 2 – вероятность 0,4; значение 8 – вероятность 0,1; значение 4 – вероятность 0,2.

Построить ряд распределения случайной величины X.

Решение. Расположив значения случайной величины в возрастающем порядке, получим ряд распределения:

x_i	2	4	8	10
p_i	0,4	0,2	0,1	0,3

Возьмем на плоскости xOp точки (2; 0,4), (4; 0,2), (8; 0,1) и (10; 0,3). Соединив последовательные точки прямолинейными отрезками, получим ***многоугольник*** (или ***полигон***) распределения случайной величины X



Задача 2. Разыгрываются две вещи стоимостью по 5000 руб. и одна вещь стоимостью 30000 руб. Составить закон распределения выигрышей для человека, купившего один билет из 50.

Решение. Искомая случайная величина X представляет собой выигрыш и может принимать три значения: 0, 5000 и 30000 руб. Первому результату благоприятствует 47 случаев, второму результату - два случая и третьему – один случай. Найдем их вероятности:

$$P(x_1)=\frac{47}{50}=0{,}94;\quad P(x_2)=\frac{2}{50}=0{,}04;\quad P(x_3)=\frac{1}{50}=0{,}02.$$

Закон распределения случайной величины имеет вид:

x_i	0	5000	30000
p_i	0,94	0,04	0,02

В качестве проверки найдем

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) = 0{,}94 + 0{,}04 + 0{,}02 = 1$$

Задача 3. Случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью $f(x)$, причем

$$f(x) = \begin{cases} 0 & при \quad x < 0, \\ a(3x - x^2) & при \quad 0 \le x \le 3, \\ 0 & при \quad x > 0. \end{cases}$$

Требуется: 1) Найти коэффициент а; 2) построить график распределения плотности $y = f(x)$; 3) найти вероятность попадания X в промежуток (1; 2).

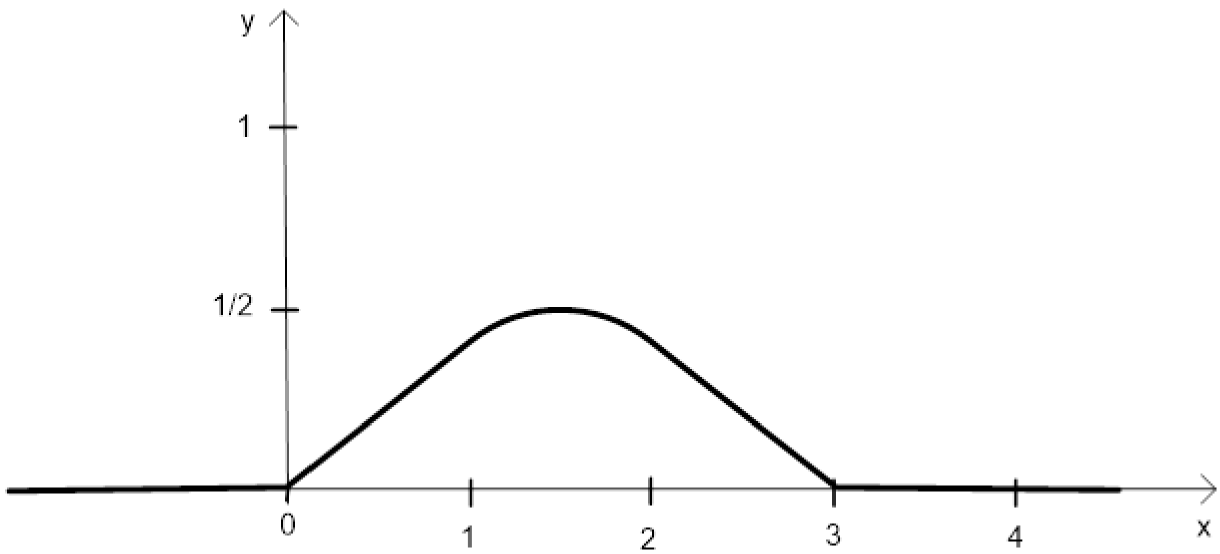
Решение. 1) Так как все значения данной случайной величины заключены на отрезке [0; 3], то

$$\int_0^3 a(3x - x^2)dx = 1$$, откуда

$$a(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3)\Big|_0^3 = 1$$, или

$$a(\frac{27}{2} - 9) = 1$$, т.е. $a = \frac{2}{9}$.

2) Графиком функции $f(x)$ в интервале [0; 3] является парабола $y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{9}x^2$, а вне этого интервала графиком служит сама ось абсцисс.



3) Вероятность попадания случайной величины X в промежуток (1; 2) найдется из равенства

$$P(1 < X < 2) = \int_1^2 (\frac{2}{3}x - \frac{2}{9}x^2)dx = (\frac{x^2}{3} - \frac{2x^3}{27})\Big|_1^2 = \frac{4}{3} - \frac{16}{27} + \frac{2}{27} - \frac{1}{3} = \frac{13}{27}.$$

2.4. Биномиальное распределение

Пусть производится определенное число n независимых опытов, причем в каждом из них с одной и той же вероятностью может наступить некоторое событие P. Рассмотрим случайную величину X, представляющую собой x_i - число наступлений событий A в n опытах. Закон ее распределения имеет вид

Значения x_i	0	1	2	…	n
Вероятности p_i	$P(A_{n,0})$	$P(A_{n,1})$	$P(A_{n,2})$		$P(A_{n,n})$

Где $P(A_{n,k})$, вычисляется по формуле Бернулли.

$$P(A_{n,k}) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} = C_n^k p^k g^{n-k}$$

Закон распределения, который характеризуется такой таблицей, называется ***биноминальным***.

Задача. Монету подбрасывают 5 раз. Составить закон распределения случайной величины X - числа выпадения герба.

Решение. Возможны следующие значения случайной величины X: 0, 1, 2, 3, 4, 5. Зная, что вероятность выпадения герба в одном испытании равна $\frac{1}{2}$, найдем вероятности значений случайной величины X по формуле Бернулли:

$$P(A_{5,0}) = C_5^0 p^0 g^5 = 1 \cdot (\frac{1}{2})^0 \cdot (\frac{1}{2})^5 = \frac{1}{32};$$

$$P(A_{5,1}) = C_5^1 p^1 g^4 = 5 \cdot (\frac{1}{2})^1 \cdot (\frac{1}{2})^4 = \frac{5}{32};$$

$$P(A_{5,2}) = C_5^2 p^2 g^3 = 10 \cdot (\frac{1}{2})^2 \cdot (\frac{1}{2})^3 = \frac{10}{32};$$

$$P(A_{5,3}) = C_5^3 p^3 g^2 = 10 \cdot (\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{2})^2 = \frac{10}{32};$$

$$P(A_{5,4}) = C_5^4 p^4 g^1 = 5 \cdot (\frac{1}{2})^4 \cdot (\frac{1}{2})^1 = \frac{5}{32};$$

$$P(A_{5,5}) = C_5^5 p^5 g^0 = 1 \cdot (\frac{1}{2})^5 \cdot (\frac{1}{2})^0 = \frac{1}{32}.$$

Закон распределения имеет вид

Значения x_i	0	1	2	3	4	5
Вероятности p_i	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

Сделаем проверку:

$$\frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} + \frac{10}{32} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{32}{32} = 1.$$

III. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ И ДИСПЕРСИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

3.1. Математическое ожидание дискретной случайной величины

Наиболее исчерпывающей характеристикой случайной величины является ее закон распределения вероятностей. Однако не всегда обязательно знать весь закон распределения. Иногда можно обойтись одним или несколькими числами, отражающими наиболее важные особенности закона распределения, например, числом, имеющим смысл «среднего значения» случайной величины, или же числом, показывающим средний размер отклонения случайной величины от своего среднего значения. Такого рода числа называются ***числовыми характеристиками*** случайной величины. Оперируя числовыми характеристиками, можно решать многие задачи, не пользуясь законом распределения.

Одна из самых важных числовых характеристик случайной величины есть **математическое ожидание.**

Если известна дискретная случайная величина X, закон распределения которой имеет вид

Значения x_i	x_1	x_2	$\dots$	x_n
Вероятности p_i	p_1	p_2	$\dots$	p_n

то ***математическим ожиданием*** (или средним значением) дискретной величины X называется число

$$M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \ldots + x_np_n.$$

Таким образом, математическое ожидание дискретной случайной величины X равно **сумме произведений** возможных значений этой величины на их вероятности.

Пример 1. Найти математическое ожидание случайной величины X, зная закон ее распределения

X	-1	0	1	2	3
p	0,2	0,1	0,25	0,15	0,3

Решение.

$$M(X) = -1\cdot 0{,}2 + 0\cdot 0{,}1 + 1\cdot 0{,}25 + 2\cdot 0{,}15 + 3\cdot 0{,}3 = -0{,}2 + 0 + 0{,}25 + 0{,}3 + 0{,}9 = 1{,}25.$$

Свойства математического ожидания.

1. Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания:

$$M(C\cdot X) = C\cdot M(X)$$

2. Математическое ожидание постоянной величины C равно самой этой величине:

$$M(C) = C$$

3. Математическое ожидание суммы двух случайных величин равно сумме их математических ожиданий:

$$M(X+Y)=M(X)+M(Y).$$

4. Математическое ожидание произведения независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий этих величин:

$$M(X\cdot Y)=M(X)\cdot M(Y).$$

3.2. Среднее квадратичное отклонение и дисперсия случайной величины.

Пример 2. Найдем математическое ожидание случайных величин X и Y, зная законы их распределения

1)

X	-8	-4	-1	1	3	7
p	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$

2)

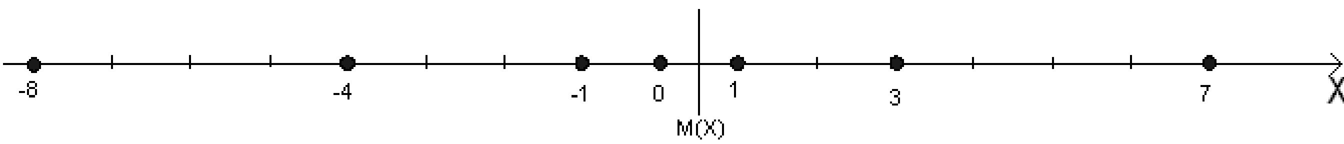
Y	-2	-1	0	1	2	3
p	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{4}$

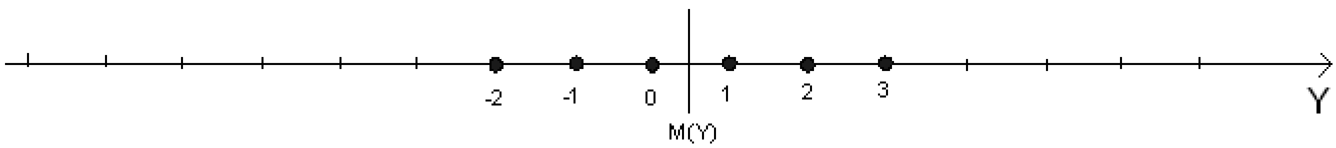
Решение:

$$M(X)=-8\cdot\frac{1}{12}-4\cdot\frac{1}{6}-1\cdot\frac{1}{4}+1\cdot\frac{1}{6}+3\cdot\frac{1}{12}+7\cdot\frac{1}{4}=\frac{7}{12},$$

$$M(Y)=-2\cdot\frac{1}{6}-1\cdot\frac{1}{6}-0\cdot\frac{1}{12}+1\cdot\frac{1}{3}+2\cdot0+3\cdot\frac{1}{4}=\frac{7}{12}.$$

а)





Получили любопытный результат: законы распределения величин X и Y разные, а их математические ожидания одинаковы.

Основной числовой характеристикой степени рассеяния значений случайной величины X относительно ее математического ожидания $M(X)$ является дисперсия, которая обозначается через $D(X)$.

Определение. ***Отклонением*** называется разность между случайной величиной X и ее математическим ожиданием $M(X)$, т.е. $X-M(X)$.

Отклонение $X-M(X)$ и его квадрат $(X-M(X))^2$ также являются случайными величинами.

Определение. ***Дисперсией дискретной*** случайной величины X называется математическое ожидание квадрата ее отклонения:

$$D(X)=M(X-M(X))^2.$$

Свойства дисперсии.

1. Дисперсия постоянной величины *C* равна 0:
$$D(C)=0.$$
2. Если X - случайная величина, а *C* – постоянная, то
$$D(C\cdot X)=C^2D(X)$$
$$D(X+C)=D(X).$$
3. Если X и Y - независимые случайные величины, то
$$D(X+Y)=D(X)+D(Y).$$

Для вычисления дисперсий более удобной является формула
$$D(X)=M(X^2)-(M(X))^2.$$

Пример 3. Дискретная случайная величина распределена по закону:

X	-1	0	1	2
p	0,2	0,1	0,3	0,4

Найти $D(X)$.

Решение. Сначала находим $M(X)$.
$$M(X)=-1\cdot 0{,}2+0\cdot 0{,}1+1\cdot 0{,}3+2\cdot 0{,}4=0{,}9,$$
а затем $M(X^2)$.
$$M(X^2)=(-1)^2\cdot 0{,}2+0^2\cdot 0{,}1+1^2\cdot 0{,}3+2^2\cdot 0{,}4=2{,}1.$$
По формуле $D(X)=M(X^2)-(M(X))^2$ имеем
$$D(X)=2{,}1-(0{,}9)^2=2{,}1-0{,}81=1{,}29.$$

Средним квадратичным отклонением случайной величины называется корень квадратный из ее дисперсии:
$$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}.$$

IV. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

Комбинаторика

1. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, 9 при условии, что ни одна цифра в числе не повторяется?

2. Сколько существует вариантов распределения трех призовых мест, если в розыгрыше участвуют 7 команд?

3. Сколькими способами можно выбрать двух студентов на конференцию, если в группе 33 человека?

4. Решить уравнения
   а) $A_x^3 + C_x^{x-2} = 14x$. б) $C_x^5 = C_x^7$.
5. Сколько четырехзначных чисел, делящихся на 5, можно составить из цифр 0, 1, 2, 5, 7, если каждое число не должно содержать одинаковых цифр?

6. Из группы в 15 человек должны быть выделены бригадир и 4 члена бригады. Сколькими способами это можно сделать?

7. Буквы азбуки Морзе состоят из символов (точек и тире). Сколько букв можно изобразить, если потребовать, чтобы каждая буква содержала не более пяти символов?

8. Сколькими способами можно составить четырехцветные ленты из семи лент различных цветов.

9. Сколькими способами можно выбрать четырех лиц на четыре различные должности из девяти кандидатов?

10. Сколькими способами можно выбрать 3 из 6 открыток?

11. Перед выпуском группа учащихся в 30 человек обменялась фотокарточками. Сколько всего было роздано фотокарточек.

12. Сколькими способами можно рассадить 10 гостей по десяти местам за праздничным столом?

13. Сколько всего игр должны провести 20 футбольных команд в одно круговом чемпионате?

14. Сколькими способами можно распределить 12 человек по бригадам, если в каждой бригаде по 6 человек?

Теория вероятностей

1. В урне находиться 7 красных и 6 синих шаров. Из урны одновременно вынимают два шара. Какова вероятность того, что оба шара красные (событие А)?

2. Девять различных книг расставлены наудачу на одной полке. Найти вероятность того, что четыре определенные книги окажутся поставленными рядом (событие С).

3. Из 10 билетов выигрышными являются 2. Определить вероятность того, что среди взятых наудачу 5 билетов, один выигрышный.

4. из колоды карт (52 карты) наудачу извлекают 3 карты. Найти вероятность того, что это тройка, семерка, туз.

5. Ребенок играет с пятью буквами разрезной азбуки А, К, Р, Ш, Ы. Какова вероятность того, что при случайном расположении букв в ряд он получит слово «Крыша».

6. В ящике находятся 6 белых и 4 красных шара. Наудачу берут два шара. Какова вероятность того, что они окажутся одного цвета?

7. В первой урне находятся 6 черных и 4 белых шара, во второй – 5 черных и 7 белых шаров. Из каждой урны извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся белыми?

Случайная величина, математическое ожидание и дисперсия случайной величины

1. Составить закон распределения числа попаданий в цель при шести выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,4.

2. Вероятность того, что студент найдет в библиотеке нужную ему книгу, равна 0,3. Составить закон распределения числа библиотек, которые он посетит, если в городе четыре библиотеки.

3. Охотник стреляет по дичи до первого попадания, но успевает делать не более четырех выстрелов. Найти дисперсию числа промахов, если вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7.

4. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X, если закон ее распределения задан таблицей:
   Найти M(X) и D(X)

X	1	2	3	4
p	0,3	0,1	0,2	0,4

5. На заводе работают четыре автоматические линии. Вероятность того, что в течении рабочей смены первая линия не потребует регулировки, равна 0,9, вторая – 0,8, третья – 0,75, четвертая – 0,7. найти математическое ожидание числа линий, которые в течение рабочей смены не потребуют регулировки.
6. Найти дисперсию и математическое ожидание случайной величины X, зная закон ее распределения:

X	0	1	2	3	4
p	0,2	0,4	0,3	0,08	0,02

V. ОТВЕТЫ

Комбинаторика

1. 120. **2.** 210. **3.** 528. **4.** а) $x \geq 3$, 5; б) $\{12\}$. **5.** 42. **6.** 15015. **7.** 62. **8.** 840. **9.** 3024. **10.** 20. **11.** 870. **12.** 3628800. **13.** 190. **14.** 924.

Теория вероятностей

1. $\frac{7}{26}$. **2.** $\frac{1}{21}$. **3.** $\frac{5}{9}$. **4.** $\frac{48}{16575} \approx 0{,}0029$. **5.** $\frac{1}{20}$. **6.** $\frac{7}{15}$. **7.** $\frac{3}{4}$.

Случайная величина, математическое ожидание и дисперсия случайной величины.

1.

0	1	2	3	4	5	6
0,046656	0,186624	0,311040	0,276480	0,138240	0,036864	0,004096

2.

1	2	3	4
0,3	0,21	0,147	0,343

3. $0{,}53$. **4.** $2{,}7$. **5.** $0{,}85$. **6.** $0{,}8976$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная:

1. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 1990. – 495 с.
2. Соловейчик И.Л. Сборник задач по математике для техникумов / И.Л.Соловейчик, В.Т. Лисичкин. – М.: Оникс 21 век, 2003. – 464 с.
3. Валуцэ И.И. Математика для техникумов / И.И. Валуцэ, Г.Д. Дилигул. - М.: Наука, 1989. – 575 с.
4. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В двух частях. Часть II / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: Высшая школа, 1986. – 415 с.
5. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. – М.: Наука, 1975. – 872 с.

Дополнительная:

6. Григулецкий В.Г. Математика для студентов экономических специальностей. Часть 2 / В.Г. Григулецкий, И.В. Лукьянова, И.А. Петунина. – Краснодар, 2002. – 348 с.
7. Малыхин В.И. Математика в экономике. – М.: Инфра-М, 1999. – 356 с.
8. Гусак А.А. Высшая математика. В 2-х т., Т.2. – учебное пособие для студентов вузов. – М.: ТетраСистемс, 1988. – 448 с.
9. Григулецкий В.Г. Высшая математика / В.Г. Григулецкий, З.В. Ященко. – Краснодар, 1998.-186 с.
10. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшая школа, 2000. – 400 с.