



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФГБОУ ВО «Брянский государственный технический университет»
(БГТУ)

Политехнический колледж (ПК БГТУ)

УТВЕРЖДАЮ
Ректор ФГБОУ ВО БГТУ

_____ О.Н. Федонин

«29».04.2022 г.

Фонд оценочных средств
по учебной дисциплине
ПД.01. Математика

Специальность:	09.02.07 Информационные системы и программирование
Уровень образования выпускника:	среднее профессиональное образование (СПО)
Программа подготовки специалиста среднего звена (ППССЗ):	базовая
Присваиваемая квалификация:	программист
Форма обучения:	очная
Срок получения СПО по ППССЗ:	3 года 10 месяцев
Уровень образования, необходимый для приема на обучение по ППССЗ:	основное общее образование
Год приема на обучение на 1-й курс:	2022

Брянск 2022

Фонд оценочных средств

по учебной дисциплине

ПД.01. Математика (далее — ФОС)

для специальности **09.02.07 Информационные системы и программирование**

Разработал(и):

— преподаватель ПК БГТУ

Бедина Е.Г.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании предметно-цикловой комиссии математических и естественно научных дисциплин

от «29.04» 2022 г., протокол № 9

Председатель ПЦК

Л.А.Лазарева

Согласовано:

Заместитель директора ПК БГТУ
по учебно-методической работе

Т.Е.Балашова

© Бедина Е.Г.

© ФГБОУ ВО «Брянский государственный технический университет»

Содержание

1. Комплект контрольно – измерительных материалов для проведения текущего контроля
2. Методические рекомендации для проведения промежуточного контроля

1. Паспорт комплекта контрольно - измерительных материалов дисциплины Математика

Контрольно-измерительные материалы (КИМ) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины Математика.

КИМ включают контрольные материалы для проведения текущего контроля.

КИМ разработаны на основании программы учебной дисциплины Математика.

2. Результаты освоения учебной дисциплины

Освоение содержания учебной дисциплины «Математика» обеспечивает достижение студентами следующих **результатов**:

- **личностных:**

- сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно - научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;
- готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

- **метапредметных:**

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция,
- развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

- **предметных:**

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
- владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

Результатом освоения дисциплины является получение (освоение) знаний и умений

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Показатели оценки результата
Умения:	

решать линейные и квадратные уравнения и уравнения, сводящиеся к ним;	получение корней линейных и квадратных уравнений и уравнений, сводящихся к ним, обоснование выбора формул для решения квадратных уравнений и неполных квадратных уравнений;
выполнять действия с действительными числами, пользоваться калькулятором для вычислений, находить приближённые вычисления;	выполнение действий с действительными числами, демонстрация умений использования калькулятора для вычислений и нахождения приближённых вычислений;
решать линейные и квадратные неравенства, системы неравенства;	изложение основных этапов решения линейных и квадратных неравенств и их систем;
производить действия с векторами;	формулирование правил сложения и вычитания векторов, демонстрация умений выполнения действий над векторами;
использовать свойства элементарных функций при решении задач и упражнений;	изложение свойств функций и демонстрация понимания их использования при решении задач и упражнений;
выполнять тождественные преобразования со степенными, логарифмическими и тригонометрическими выражениями;	применение тождественных преобразований над степенными, логарифмическими и тригонометрическими выражениями; обоснование выбора формулы или свойства функций для преобразования;
строить графики показательных, логарифмических и тригонометрических функций, выполнять их преобразования;	создание графиков показательных, логарифмических и тригонометрических функций, демонстрация умений выполнения преобразований графиков таких функций;
вычислять производные и первообразные, определённые интегралы, применять определённый интеграл для нахождения площади криволинейной трапеции;	получение производных и первообразных некоторых функций, построение криволинейной трапеции, нахождение её площади с помощью определённого интеграла;
применять свойства прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;	обоснование свойств прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;
изображать геометрические тела на плоскости и в пространстве, строить их сечения плоскостью;	демонстрация умений построения геометрических тел и их сечений на плоскости и в пространстве;
решать задачи на вычисление площадей поверхностей и объёмов геометрических тел;	определение формулы для вычисления площадей и объёмов геометрических тел,

	применение их для решения задач;
уметь применять основные положения теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности.	выделение основных элементов теории вероятностей и математической статистики, решение практических задач.
Знания:	
основные функции, их графики и свойства;	перечисление основных функций, формулирование их свойств, описание процесса построения графиков;
основы дифференциального и интегрального исчислений;	формулирование правил и формул дифференциального и интегрального исчислений;
алгоритмы решения тригонометрических, показательных, логарифмических уравнений и неравенств;	изложение алгоритмов решения тригонометрических, показательных и логарифмических уравнений и неравенств;
основные свойства элементарных функций;	определение основных свойств элементарных функций;
основные понятия векторной алгебры;	формулирование определений и выделение основных понятий векторной алгебры;
основы линейной алгебры;	обоснование основных понятий линейной алгебры;
основные понятия и определения стереометрии;	узнавание геометрических тел, формулирование основных понятий и определений стереометрии;
свойства геометрических тел и поверхностей;	перечисление свойств геометрических тел и их поверхностей;
формулы площадей поверхностей и объёмов;	выделение формул площадей поверхностей и объёмов;
основные понятия комбинаторики; статистики, теории вероятностей.	изложение основных понятий комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

3. Оценка освоения учебной дисциплины

3.1. Формы контроля и оценивания элементов учебной дисциплины

Элемент учебной дисциплины	Формы контроля и оценивания		
	Текущий контроль	Тематический контроль	Промежуточный контроль

Действительные числа.	Опрос, тестирование, самостоятельная работа	Самостоятельная работа	
Функции и последовательности.	Опрос, тестирование, самостоятельная работа	Самостоятельная работа	
Показательная, логарифмическая и степенная функции.	Опрос, тестирование, самостоятельная работа	Самостоятельная работа	
Тригонометрические функции.	Опрос, тестирование, самостоятельная работа	Самостоятельная работа	
Прямые и плоскости в пространстве.	Опрос, тестирование, самостоятельная работа	Самостоятельная работа	
Векторы и координаты.	Опрос, тестирование, самостоятельная работа	Самостоятельная работа	
Производная и её приложения.	Опрос, тестирование, самостоятельная работа	Самостоятельная работа	
Интеграл и его применения.	Опрос, тестирование, самостоятельная работа	Самостоятельная работа	
Геометрические тела и площади их поверхностей.	Опрос, тестирование, самостоятельная работа	Самостоятельная работа	
Объёмы геометрических тел.	Опрос, тестирование, самостоятельная работа	Самостоятельная работа	
Комбинаторика, статистика	Опрос, тестирование,	Самостоятельная работа	

и теория вероятностей.	самостоятельная работа		
Итог			Экзамен

3.2. Типы заданий для текущего контроля и критерии оценки

Предметом оценки освоения дисциплины являются умения, знания, общие компетенции, способность применять их в практической деятельности и повседневной жизни.

№	Тип (вид) задания	Проверяемые знания и умения	Критерии оценки
1	Тесты	Знание основ математики	«5» - 100 – 90% правильных ответов «4» - 89 - 80% правильных ответов «3» - 79 – 70% правильных ответов «2» - 69% и менее правильных ответов
2	Устные ответы	Знание основ математики	Устные ответы на вопросы должны соответствовать критериям оценивания устных ответов.
3	Контрольная (самостоятельная) работа	Знание основ математики в соответствии с пройденной темой и умения применения знаний на практике	«5» - 100 – 90% правильных ответов «4» - 89 - 80% правильных ответов «3» - 79 – 70% правильных ответов «2» - 69% и менее правильных ответов

4. Типовые задания для оценки усвоения учебной дисциплины.

4.1. Стартовая диагностика подготовки обучающихся по школьному курсу математики

Входная контрольная работа проводится с целью проверки освоения обучающимися содержания образования по математике. Форма работы обеспечивает полноту проверки за счет включения заданий, составленных на материале основных разделов предмета «Математика» в школе: уравнения, неравенства, степени, действия с действительными числами, проценты, графики элементарных функций, теорема Пифагора. Контрольная работа включает задания двух уровней: базового и повышенного, которые представлены в виде тестов, что позволяет контролировать результат.

При выполнении заданий базового уровня (часть А и В) обучающиеся должны продемонстрировать определенную системность знаний, умение пользоваться математическими терминами, распознавать задания. Эти задания составляют не менее 70% всей работы.

Задание части С направлено на проверку владения материалом на повышенном уровне. Также в работе проверяются вычислительные навыки.

Для получения положительного результата обучающемуся достаточно выполнить задания базового уровня.

Время на выполнение работы 45 минут.

В результате выполнения контрольной работы обучающиеся должны показать:

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Показатели оценки результата
Умения:	
решать полные квадратные уравнения;	применяет формулы дискриминанта и корней квадратного уравнения для решения уравнений;
решать линейные неравенства;	раскрывает скобки, приводит подобные слагаемые, использует свойства неравенств;
выполнять вычисления с действительными числами;	применяет правила выполнения арифметических действий над действительными числами в рамках программных требований;
выполнять действия со степенями и находить значения выражения при заданном значении переменной;	владеет свойствами степеней и находит значение выражения, содержащего степень;
строить графики функций;	строит графики линейных функций;
решать геометрические задачи с использованием теоремы Пифагора;	решает задачи с использованием Теоремы Пифагора;
находить проценты от числа;	находит проценты от числа и решает задачи на проценты;
упрощать выражения, содержащие дроби.	применяет формулы сокращённого умножения для упрощения алгебраических выражений;
Знания:	
формулы дискриминанта, корней квадратного	воспроизводит формулы дискриминанта и

уравнения;	корней квадратного уравнения;
правила раскрытия скобок; определение подобных слагаемых, свойства неравенств;	формулирует правила раскрытия скобок, определение подобных слагаемых, перечисляет свойства неравенств;
арифметические действия на множестве действительных чисел;	перечисляет последовательность действий в выражениях с действительными числами; формулирует правила действий на множестве действительных чисел;
определение степени с действительным показателем, свойства степени;	формулирует определение и перечисляет свойства степени;
свойства линейной функции и её график;	определяет графики линейных функций и описывает их свойства;
теорема Пифагора;	обосновывает теорему Пифагора;
формулы сокращённого умножения.	выделяет формулы сокращённого умножения, иллюстрирует их применение на практике.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A5	5	Каждый правильный ответ 1 балл
B6, B7	4	Каждый правильный ответ 2 балла
C8	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу в целом – **12 баллов**.

За правильное выполнение любого задания **уровня 1** обучающийся получает **один балл**. В заданиях с выбором ответа, с кратким ответом или на установление соответствия, обучающийся получает **один балл**, соответствующий данному заданию, если указан номер верного ответа (в заданиях с выбором ответа), или вписан верный ответ (в заданиях с кратким ответом), или правильно соотнесены объекты двух множеств и записана соответствующая последовательность цифр (в заданиях на установление соответствия). При выполнении таких заданий, где необходимо привести краткое решение, за неполное решение задания (вычислительная ошибка, описка) можно выставить 0,5 балла. Если обучающийся приводит неверное решение, неверный ответ или не приводит никакого ответа, он получает 0 баллов.

При выполнении любого задания **уровня 2** или **3** используются следующие критерии оценки заданий:

Баллы	Критерии оценки выполненного задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно и получен правильный ответ.
2	Приведено верное решение, но допущена вычислительная ошибка или описка, при этом может быть получен неверный ответ
1	Решение начато логически верно, но допущена ошибка, либо решение не доведено до конца, при этом ответ неверный или отсутствует.
0	Неверное решение, неверный ответ или отсутствие решения.

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	11 - 12
« 4 » (хорошо)	9 - 10
« 3 » (удовлетворительно)	7 - 8
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 7

1 вариант

A1. Решить уравнение $x(x - 5) = -4$

а) 4 и 1; б) 4,5; в) 4; г) -4 и 1; д) 1.

A2. Решите неравенство $6x - 3 < -17 - (-x - 5)$

а) $x < 4$; б) $x < -4$; в) $x > -4$; г) $x > 4$; д) $x < -1,8$.

A3. Вычислить $\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) : (1 - 0,2) - 3\frac{23}{24}$.

а) $3\frac{11}{12}$; б) 3,9; в) $-3\frac{11}{12}$; г) 4; д) $2\frac{11}{12}$.

A4. Представить в виде степени и найти значение выражения $\frac{a^5 \cdot a^{-8}}{a^{-2}}$ при $a = 6$.

а) 6; б) $-\frac{1}{6}$; в) 4; г) -6; д) $\frac{1}{6}$.

A5. Построить график функции $y = 2x + 1$.

B6. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 10 см, а один из катетов 6 см. Найти второй катет.

а) 4 см; б) 16 см; в) 8 см; г) $\sqrt{136}$ см; д) 10 см.

B7. Банк выплачивает ежегодно 8% от суммы вклада. Какой станет сумма через год, если первоначальный вклад составлял 7600 рублей?

а) 8208 руб.; б) 608 руб.; в) 8200 руб.; г) 7600 руб.; д) 8000 руб.

C8. Упростить выражение $\frac{a}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}$.

2 вариант

A1. Решить уравнение $x(x - 4) = -3$

а) 3 и 1; б) 4,5; в) 3; г) -3 и 1; д) 1.

A2. Решите неравенство $5 \cdot (x + 4) < 2 \cdot (4x - 5)$

а) $x < -10$; б) $x < -4$; в) $x > -10$; г) $x > 10$; д) $x < -1,8$.

А3. Вычислить $(\frac{5}{7} : \frac{2}{3} - \frac{1}{4 - \frac{2}{5}}) : \frac{8}{11} + 1$.

а) $\frac{15}{14}$; б) 1; в) $-3\frac{11}{12}$; г) - 1; д) $2\frac{11}{12}$.

А4. Представить в виде степени и найти значение выражения $\frac{c^7 \cdot c^{-3}}{c^6}$ при $c = 4$.

а) 16; б) $-\frac{1}{16}$; в) 4; г) - 16; д) $\frac{1}{16}$.

А5. Построить график функции $y = -2x + 1$.

В6. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 10 см, а один из катетов 8 см. Найти второй катет.

а) 4 см; б) 6 см; в) 8 см; г) $\sqrt{136}$ см; д) 10 см.

В7. Банк выплачивает ежегодно 8% от суммы вклада. Какой станет сумма через год, если первоначальный вклад составлял 8600 рублей?

а) 8208 руб.; б) 688 руб.; в) 9288 руб.; г) 8600 руб.; д) 8000 руб.

С8. Упростить выражение $\frac{x-y}{x+y} - \frac{y}{x-y}$.

Таблица правильных ответов

Задания	А1	А2	А3	А4	А5	В6	В7	С8
1 вариант	а	д	в	д		в	а	$\frac{b(3a-b)}{a^2-b^2}$
2 вариант	а	г	б	д		б	в	$\frac{x(x-3y)}{x^2-y^2}$

5. Задания для текущего контроля

5.2. Задания для тематического контроля (самостоятельные работы)

Критерии оценки контрольной работы

Основные требования к выполнению заданий контрольной работы:

- ход решения математически грамотный и понятный;
- представленный ответ верный;
- метод и форма описания решения задачи могут быть произвольными;
- выполнение каждого из заданий оценивается в баллах.

За правильное выполнение любого задания **уровня 1** обучающийся получает **один балл**. В заданиях с выбором ответа, с кратким ответом или на установление соответствия, обучающийся получает **один балл**, соответствующий данному заданию, если указан номер верного ответа (в заданиях с выбором ответа), или вписан верный ответ (в заданиях с кратким ответом), или правильно соотнесены объекты двух множеств и записана соответствующая последовательность цифр (в заданиях на установление соответствия). При выполнении таких заданий, где необходимо привести краткое решение, за неполное решение задания (вычислительная ошибка, описка) выставляется 0,5 балла. Если обучающийся приводит неверное решение, неверный ответ или не приводит никакого ответа, он получает 0 баллов.

При выполнении любого задания **уровня 2** или **3** используются следующие критерии оценки заданий:

Баллы	Критерии оценки выполненного задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно и получен правильный ответ.
2	Приведено верное решение, но допущена вычислительная ошибка или описка, при этом может быть получен неверный ответ
1	Решение начато логически верно, но допущена ошибка, либо решение не доведено до конца, при этом ответ неверный или отсутствует.
0	Неверное решение, неверный ответ или отсутствие решения.

Для каждой контрольной работы разработана шкала перевода баллов в отметки, где указано, сколько баллов достаточно набрать, чтобы получить ту или иную положительную оценку, которая составлена в соответствии с таблицей.

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	не удовлетворительно

Самостоятельная работа № 1
Вычисление значений выражений. Уравнения и неравенства.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

A1. Вычислите:
$$\frac{0,725 + 0,6 + \frac{7}{40} + \frac{11}{20}}{0,128 \cdot 6\frac{1}{4} - 0,0345 : \frac{3}{25}} \cdot 0,25.$$

A2. Решить уравнения:

1) $2x^2 + 5x - 1 = 0$; 2) $3x^2 = x$; 3) $\frac{4x-1}{2} - \frac{3x+2}{4} = 1.$

B1. Решить неравенства:

1) $4 - 2x \leq 1 - (4x - 1)$; 2) $\frac{2x-1}{5-x} \geq 0.$

B2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x + 5y = 15 \\ x - 2y = 3 \end{cases}.$$

C. Решите уравнения:

1) $5 \cdot (x-1)^2 = 3 - 4x + 5x^2$; 2) $\sqrt{x+2} = x.$

2 вариант

A1. Вычислите:
$$\frac{0,425 + 0,9 + \frac{7}{40} + \frac{11}{20}}{0,5 \cdot 1\frac{3}{5} - 0,023 : \frac{2}{25}} \cdot \frac{1}{4}.$$

A2. Решить уравнения:

1) $4x^2 - 5x - 6 = 0$; 2) $-3x^2 = x$; 3) $\frac{4x-1}{3} - \frac{3x+2}{6} = 1$;

B1. Решить неравенства:

1) $2(1-x) \geq 5x - (3x+2)$; 2) $\frac{2x+1}{5-x} \geq 0.$

B2. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x + 5y = 15 \\ 3x - 2y = -6 \end{cases}.$$

C. Решите уравнения:

1) $5 \cdot (x+2)^2 = 3 - 4x + 5x^2$; 2) $\sqrt{x-11} = x.$

Критерии оценки

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A2	4	Каждый правильный ответ 1 балл
B1- B2	6	Каждый правильный ответ 2 балла

С	6	Каждый правильный ответ 3 балла
---	---	---------------------------------

Максимальный балл за работу – **16 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	16 - 15
« 4 » (хорошо)	14 - 13
« 3 » (удовлетворительно)	12 - 10
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 10

Ответы

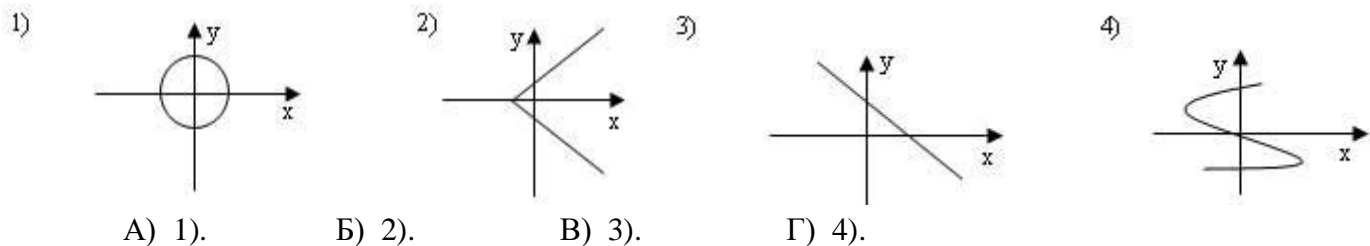
	1 Вариант	2 Вариант
A1	1	1
A2	1) $x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$; 2) $0; \frac{1}{3}$; 3) 1,6.	1) $2; -\frac{3}{4}$; 2) $0; -\frac{1}{3}$; 3) 2.
B1	1) $x \leq -1$; 2) $x \in [0, 5; 5)$.	1) $x \leq 1$; 2) $x \in [-0, 5; 5)$
B2	(5; 1)	(0; 3)
С	1) $\frac{1}{3}$; 2) 2.	1) $-\frac{17}{24}$; 2) нет корней.

Самостоятельная работа № 2 Свойства функций и их графики.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

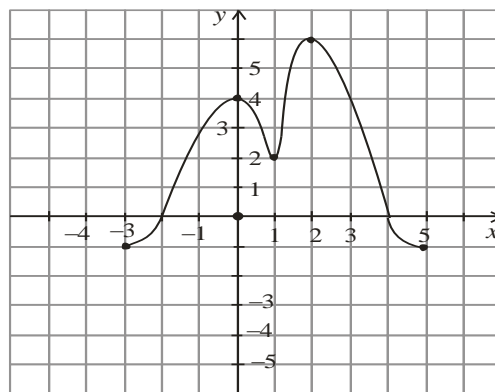
A1. Какой из графиков, изображенных на рисунках 1) – 4) задает функции



A2. Найдите область определения функции $y = \sqrt{4x-1}$

- A) $x > 2$; Б) $x < 2$; В) $x \geq \frac{1}{4}$; Г) $x \leq 2$.

- A3.** По графику функции $y = f(x)$ укажите
- а) область определения функции;
 - б) нули функции;
 - в) промежутки постоянного знака функции;
 - г) точки максимума и минимума функции;
 - д) промежутки монотонности;
 - е) наибольшее и наименьшее значения функции;
 - ж) область значений функции.



A4. Среди заданных функций укажите чётные.

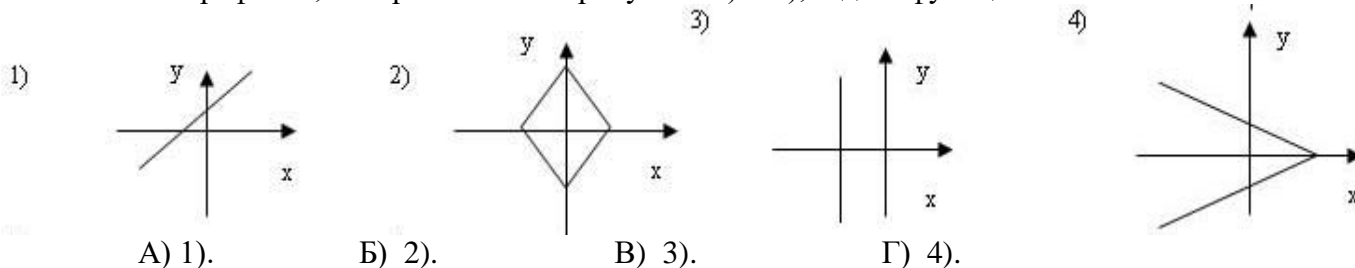
- 1) $y = 2x^2$; 2) $y = \sqrt{x}$; 3) $y = 5x$;
 А) 1) и 3); Б) 1); В) 3).

В. Найдите область определения функции $y = \frac{2x+1}{x(x-1)}$.

С. Постройте график функции $y = x^2 - 4x + 3$ и укажите ее свойства.

2 вариант

A1. Какой из графиков, изображенных на рисунках 1) – 4), задает функцию?

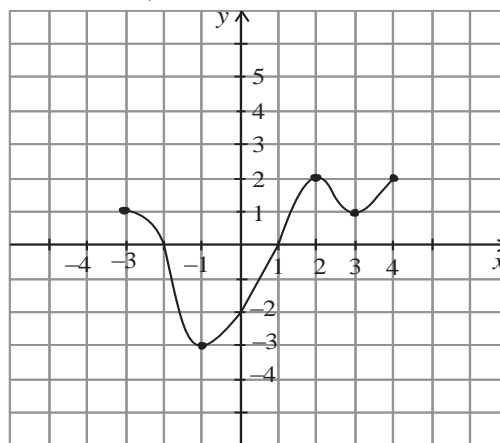


A2. Найдите область определения функции $y = \frac{1}{\sqrt{9-3x}}$

- А) $x > 3$; Б) $x < 3$; В) $x \geq 3$; Г) $x < 1/3$.

A3. По графику функции $y = f(x)$ укажите:

- а) область определения функции;
- б) нули функции;
- в) промежутки постоянного знака функции;
- г) точки максимума и минимума функции;
- д) промежутки монотонности;
- е) наибольшее и наименьшее значения функции;
- ж) область значений функции.



A4. Среди заданных функций укажите нечетные.

- 1) $y = 2x^2$; 2) $y = \frac{3}{x}$; 3) $y = 5x$.
 А) 1) и 3); Б) 2); В) 2) и 3); Г) 3).

В. Найдите область определения функции $y = \frac{2+x^2}{x(x-5)}$.

С. Постройте график функции $y = x^2 - 2x + 1$ и укажите ее свойства.

Критерии оценки

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A4	10	Каждый правильный ответ 1 балл
B	2	Каждый правильный ответ 2 балла
C	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **15 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	15 - 14
« 4 » (хорошо)	13 - 12
« 3 » (удовлетворительно)	11 - 10
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 10

Ответы

	1 Вариант	2 Вариант
A1	В) 3	А) 1
A2	В) $x \geq \frac{1}{4}$	Б) $x < 3$
A3	а) $x \in [-3; 5]$; б) -2; 4; в) $y > 0$ при $x \in (-2; 4)$; $y < 0$ при $x \in [-3; 2) \cup (4; 5]$; г) $x_{\max} = 0,2$; $x_{\min} = 1$; д) $\phi \uparrow$ при $x \in [-3; 0] \cup [1; 2]$; $\phi \downarrow$ при $x \in [0; 1] \cup [2; 5]$; е) $y_{\text{наиб}} = 6$; $y_{\text{наим}} = -1$; ж) $y \in [-1; 6]$;	а) $x \in [-3; 4]$; б) -2; 1; в) $y > 0$ при $x \in [-3; -2) \cup (1; 4]$; $y < 0$ при $x \in (-2; 1)$; г) $x_{\max} = 2$; $x_{\min} = -1$; д) $\phi \uparrow$ при $x \in [-1; 2] \cup [3; 4]$; $\phi \downarrow$ при $x \in [-3; -1] \cup [2; 3]$; е) $y_{\text{наиб}} = 2$; $y_{\text{наим}} = -3$; ж) $y \in [-3; 2]$;
A4	Б) 1	В) 2) и 3)
B	$x \neq 0$; $x \neq 1$;	$x \neq 0$; $x \neq 5$;
C	$y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$ 1) $x \in R$; 2) $y \in [-1; +\infty]$; 3) функция общего вида; 4) $y > 0$ при $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$; $y < 0$ при $x \in (1; 3)$; 5) $\phi \uparrow$ при $x \in [2; +\infty)$; $\phi \downarrow$ при $x \in (-\infty; 2]$;	$y = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$ 1) $x \in R$; 2) $y \in [-0; +\infty]$; 3) функция общего вида; 4) $y > 0$ при всех x кроме 1; 5) $\phi \uparrow$ при $x \in [1; +\infty)$; $\phi \downarrow$ при $x \in (-\infty; 1]$;

Самостоятельная работа № 3

Показательные уравнения и неравенства.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

Часть А

A1. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $2^x = 8$

- 1) (0;1); 2) (1;2); 3) (2;3); 4) (3;4).

A2. Решите неравенство $5^{x^2+x} > -1$

- 1) $x \in R$; 2) решений нет; 3) $(-1;0)$; 4) $(-\infty;-1) \cup (0;+\infty)$.

A3. Решите неравенство $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq \frac{1}{128}$

- 1) $(-\infty;7]$; 2) $[7;+\infty)$; 3) $[-7;+\infty)$; 4) $(-\infty;-7]$.

A4. Решите уравнение $7^{x+2} - 14 \cdot 7^x = 5$

- 1) - 1 ; 2) 7; 3) 1; 4) 35 .

Часть В.

B1. Укажите наибольшее целое решение неравенства $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} \geq 16$.

B2. Найдите корни уравнения $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$. Если получили два корня, то в ответе впишите их произведение, если один, то его запишите в ответ.

Часть С.

C. Найдите все целые решения неравенства $1 \leq 7^{x-3} < 49$.

2 вариант

Часть А.

A1. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $3^x = 9$

- 1) $(0;1)$; 2) $(1;2)$; 3) $[2;3)$; 4) $(3;4)$.

A2. Решите неравенство $0,2^x < -0,04$

- 1) $x \in R$; 2) решений нет; 3) $(-1;0)$; 4) $(-\infty;-1) \cup (0;+\infty)$.

A3. Решите неравенство $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \frac{1}{243}$

- 1) $(-\infty;5]$; 2) $(-\infty;81]$; 3) $[5;+\infty)$; 4) $[-5;+\infty)$.

A4. Решите уравнение $2^{x+4} - 2^x = 120$

- 1) 0 ; 2) 3 ; 3) 12; 4) - 3 .

Часть В.

B1. Укажите наибольшее целое решение неравенства $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} \geq 27$.

B2. Решите уравнения $5^{2x} + 5^x = 2$. Если получили два корня, то в ответе впишите их произведение, если один, то его запишите в ответ.

Часть С.

C1. Найдите все целые решения неравенства $\frac{1}{7} \leq 7^{x-3} < 49$.

Критерии оценки

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A4	4	Каждый правильный ответ 1 балл
B1 – B2	4	Каждый правильный ответ 2 балла
C	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **11 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	11 - 10
« 4 » (хорошо)	9 - 8
« 3 » (удовлетворительно)	7 - 6
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 6

Ответы

	1 Вариант	2 Вариант
A1	$x = 3; 3) (2; 3];$	$x = 2; 3) [2; 3);$
A2	1) $x \in R;$	2) решений нет;
A3	$x \geq 7; 2) [7; +\infty);$	$x \geq 5; 3) [5; +\infty);$
A4	1) $x = -1;$	2) $x = 3;$
B1	$x \leq -1$, наибольшее целое решение $x = -1$.	$x \leq -1$, наибольшее целое решение $x = -1$.
B2	$x_1 = 0; x_2 = 1; 0 \cdot 1 = 0$	$x = 0;$
C	$3 \leq x < 5; x = 3; 4.$	$2 \leq x < 5; x = 2; 3; 4.$

Самостоятельная работа № 4

Логарифмические уравнения и неравенства.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

A1. Упростить выражение и найти x : $\lg x = \lg 8 + 2 \lg 5 - \lg 10 - \lg 2$

1) 10; 2) -1; 3) -10; 4) 0.

A2. Найдите корень уравнения $\log_2(3x+1) = 3$

1) 11; 2) 1; 3) -10; 4) $\frac{7}{3}$.

A3. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения

$$\log_4(4-x) + \log_4 2 = 1$$

1) $(-3; -1)$; 2) $(0; 2)$; 3) $[2; 3]$; 4) $[4; 8]$.

A4. Найдите сумму корней уравнения $\log_3 x^2 = \log_3(9x - 20)$

1) -13; 2) -5; 3) 5; 4) 9.

A5. Решите неравенство $\log_3(4 - 2x) \geq 1$

1) $(-\infty; 0,5]$; 2) $(-\infty; 2]$; 3) $[2; +\infty)$; 4) $[0,5; +\infty)$.

B1. Решите неравенство $\log_{\pi}(3x + 2) \geq \log_{\pi}(x - 1)$

1) $(1; +\infty)$; 2) $(-\infty; -\frac{2}{3}]$; 3) $[-1,5; -\frac{2}{3}]$; 4) решений нет.

B2. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{9}}(6 - 3x) > -1$

1) $(-10; +\infty)$; 2) $(-\infty; -10)$; 3) $(-1; 2)$; 4) $(-0,1; 20)$.

C. Найдите число целых отрицательных решений неравенства

$$\lg(x + 5) \leq 2 - \lg 2$$

1) 5; 2) 4; 3) 10; 4) ни одного.

2 вариант

A1. Упростить выражение и найти x : $\lg x = \lg 12 - \lg 3 + 2\lg 7 - \lg 14$

1) 14; 2) -1; 3) -10; 4) 0.

A2. Найдите корень уравнения $\log_5(2x - 4) = 2$

1) 11; 2) 14,5; 3) -10; 4) $\frac{7}{3}$.

A3. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения

$$\log_{0,4}(5 - 2x) - \log_{0,4} 2 = 1$$

1) $(-\infty; -2)$; 2) $[-2; 1]$; 3) $[1; 2]$; 4) $(2; +\infty)$.

A4. Найдите сумму корней уравнения $\lg(4x - 3) = 2 \lg x$

1) -2; 2) 4; 3) -4; 4) 2.

A5. Решите неравенство $\log_8(5 - 2x) > 1$

1) $(-\infty; -1,5)$; 2) $(-10; 2,5)$; 3) $(2,5; +\infty)$; 4) $(-10; +\infty)$.

B1. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(4x - 2) < \log_{\frac{1}{3}}(3x + 1)$

1) $(3; +\infty)$; 2) $(-\infty; -\frac{2}{3}]$; 3) $[-1,5; -\frac{2}{3}]$; 4) решений нет.

B2. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(1 - 1,4x) < -1$.

1) $(0,5; +\infty)$; 2) $(-\infty; -\frac{10}{7})$; 3) $(1,4; 2)$; 4) $(0,5; 7)$.

C. Найдите число целых решений неравенства $\log_5(x - 2) \leq 1$

1) 5; 2) 4; 3) бесконечно много; 4) ни одного.

Критерии оценки

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A5	5	Каждый правильный ответ 1 балл

B1 –B2	4	Каждый правильный ответ 2 балла
C	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **12 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5» (отлично)	12 - 11
« 4» (хорошо)	10 - 9
« 3» (удовлетворительно)	8 - 7
« 2 « (неудовлетворительно)	менее 7

Ответы

	1 Вариант	2 Вариант
A1	1) 10	1) 14
A2	4) $\frac{7}{3}$	2) 14,5
A3	$x = 2; [2;3]$ (3)	$x = 2,1; (2; + \infty)$ (4)
A4	$x_1 = 4; x_2 = 5; 4 + 5 = 9;$ (4)	$x_1 = 1; x_2 = 3; 1 + 3 = 4;$ (2)
A5	$x \in (- \infty; 0,5]$ (1)	$x \in (- \infty; - 1,5)$ (1)
B1	$x \in (1; + \infty)$ (1)	$x \in (3; + \infty)$ (1)
B2	$x \in (- 1; 2)$ (3)	$x \in (- \infty; - \frac{10}{7})$ (2)
C1	$x \in (- 5; 45], x = - 4; - 3; - 2; - 1.$ (2)	$x \in (2; 7], x = -3;4; 5; 6; 7.$ (1)

Самостоятельная работа № 5

Тригонометрические преобразования выражений.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

A1. Вычислите: $\sin 30^\circ$

1) 0,5; 2) 1; 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

A2. На каком из чертежей изображён график функции $y = \cos(x + \frac{\pi}{6})$

Рис 1

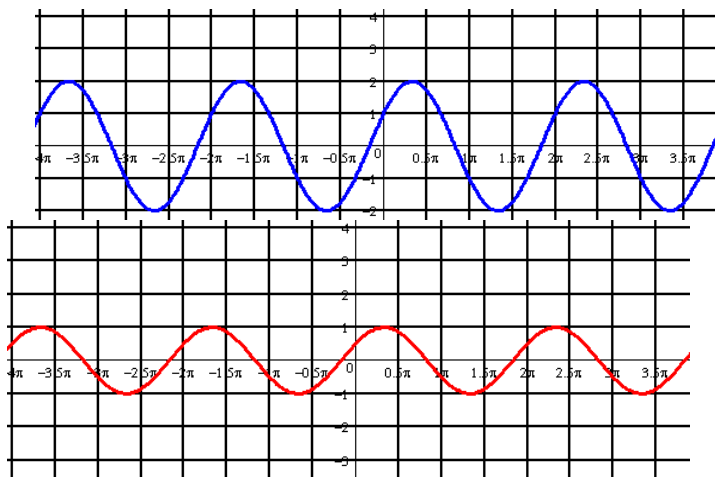


Рис 2

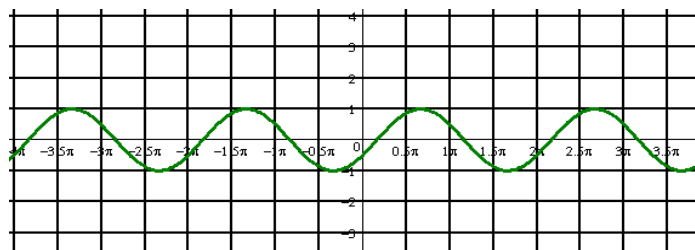
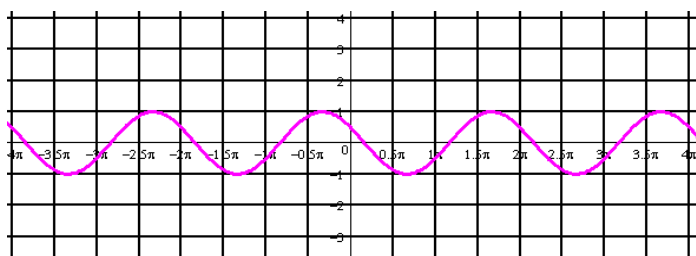


Рис 4

Рис 3



A3. Найдите значение выражения: $2\sin 30^\circ + 6\cos 60^\circ - 3\operatorname{ctg} 30^\circ + 9\operatorname{tg} 30^\circ$

- 1) 4; 2) -4; 3) 6; 4) $4\sqrt{2}$

A 4. Упростите, используя формулы приведения: $\cos(\pi - \alpha) \cdot \cos(2\pi - \alpha) + \cos^2 \alpha$

- 1) $2\cos^2 \alpha$; 2) 1; 3) 0; 4) $2\sin^2 \alpha$.

A5. Постройте график функции $y = 3\sin x$ и укажите область определения и область значений функции.

A6. Определите знак выражения: $\sin 110^\circ \cdot \cos 110^\circ$

- 1) +; 2) -; 3) 0; 4) нет верного ответа.

В. По заданному значению тригонометрической функции, найдите значение

$\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = 0,8$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

С. Докажите тождество:

$$\frac{2\sin^2 \alpha}{\operatorname{tg} \alpha \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)} = \operatorname{tg} 2\alpha$$

2 вариант

A1. Вычислите: $\cos 30^\circ$

- 1) 0,5; 2) 1; 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

A2. На каком из чертежей изображён график функции $y = \cos(x - \frac{\pi}{6})$

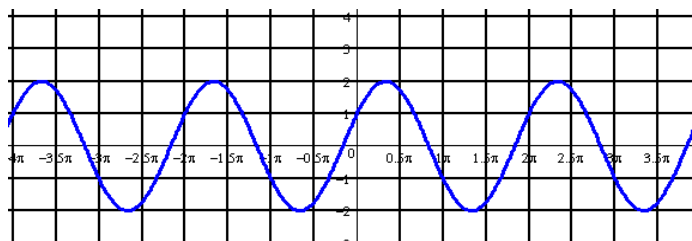


Рис 1

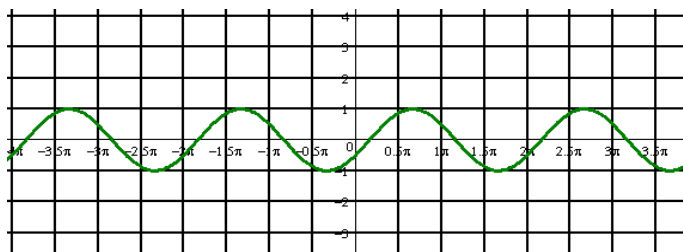


Рис 2

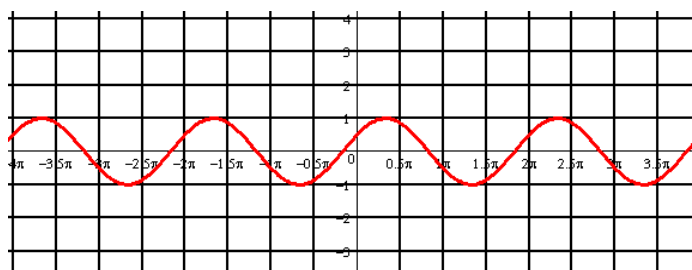


Рис 3

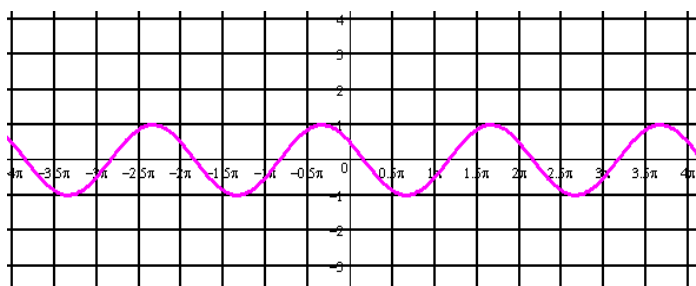


Рис 4

A3. Найдите значение выражения: $2 \cos 30^\circ - 6 \sin 30^\circ - \operatorname{ctg} 30^\circ + 9 \operatorname{tg} 45^\circ$

- 1) 4; 2) - 4; 3) 6; 4) $4\sqrt{2}$.

A 4. Упростите, используя формулы приведения: $\sin(\pi - \alpha) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos^2 \alpha$

- 1) $2\cos^2 \alpha$; 2) 1; 3) 0; 4) $2\sin^2 \alpha$.

A5. Постройте график функции $y = 1 + \cos x$ и укажите область определения и множество значений функции.

A6. Определите знак выражения: $\sin 100^\circ \cdot \cos 100^\circ$.

- 1) +; 2) -; 3) 0; 4) нет верного ответа.

B. По заданному значению тригонометрической функции, найдите значение $\operatorname{tg} \alpha$,

если $\cos \alpha = 0,8$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

C. Докажите тождество:

$$\frac{2 \cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = -\operatorname{tg} 2\alpha$$

Критерии оценки

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A6	6	Каждый правильный ответ 1 балл
B	2	Каждый правильный ответ 2 балла
C	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **11 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	11 - 10
« 4 » (хорошо)	9 - 8
« 3 » (удовлетворительно)	7 - 6
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 6

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	1) 0,5	3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
A2	рис 4	рис 2
A3	1) 4	3) 6
A4	3) 0	2) 1
A5	$x \in R; y \in [-3; 3]$	$x \in R; y \in [0; 2]$
A6	2) -	2) -
B	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
C	Используем формулы двойного угла	Используем формулы двойного угла

Самостоятельная работа № 6

Тригонометрические уравнения и неравенства.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

A1. $\arccos a$ имеет смысл, если:

а) $a \in [0; \pi]$; б) $a \in [-1; 1]$; в) $a \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$; г) $a \in (-1; 1)$.

A2. Решением уравнения $\cos x = 0$ являются:

а) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$; в) $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; г) $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

A3. Вычислите: $\arcsin 0 + \operatorname{arctg} \sqrt{3}$

а) 0,5; б) 1; в) $\frac{\pi}{3}$; г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

A 4. Уравнение $2\operatorname{tg} x = -3$:

а) имеет одно решение; б) не имеет решения; в) имеет два решения;
г) имеет бесконечное множество решений.

A5. Уравнение $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ имеет решения:

а) $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; в) $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;

г) $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

B. Решите уравнения:

а) $\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{7}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sin^2 x - 3 \cos x - 3 = 0$; в) $1 + \sin x = 0$.

C. Решите неравенства:

$$\text{а) } \sin x \geq \frac{1}{2}; \quad \text{б) } \cos 2x < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

2 вариант

A1. $\arcsin a$ имеет смысл, если:

$$\text{а) } a \in [0; \pi]; \quad \text{б) } a \in [-1; 1]; \quad \text{в) } a \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]; \quad \text{г) } a \in (-1; 1).$$

A2. Решением уравнения $\cos x = -1$ являются:

$$\text{а) } x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad \text{б) } x = \pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad \text{в) } x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad \text{г) } x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

A3. Вычислите: $\arccos 0 + \operatorname{arctg} 1$

$$\text{а) } 0,5; \quad \text{б) } 1; \quad \text{в) } \frac{\pi}{3}; \quad \text{г) } \frac{3\pi}{4}.$$

A 4. Уравнение $\operatorname{ctg} x - 4 = 0$:

а) имеет одно решение; б) не имеет решения; в) имеет два решения;
г) имеет бесконечное множество решений.

A5. Уравнение $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ имеет решения:

$$\text{а) } x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad \text{б) } x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad \text{в) } x = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$\text{г) } x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

В. Решите уравнения:

$$\text{а) } \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{5}\right) = \frac{1}{2}; \quad \text{б) } \cos^2 x - 4 \sin x - 1 = 0; \quad \text{в) } 1 + \sin x = 0.$$

С. Решите неравенства:

$$\text{а) } \cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \text{б) } \sin 2x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Критерии оценки

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A5	5	Каждый правильный ответ 1 балл
В	6	Каждый правильный ответ 2 балла
С	6	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **17 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	17 - 16
« 4 » (хорошо)	15 - 14
« 3 » (удовлетворительно)	13 - 11
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 11

Ответы

	1 Вариант	2 Вариант
A1	б)	б)
A2	в)	г)
A3	в)	г)
A4	г)	г)
A5	в)	в)
B	а) $x = \pm \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{7} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z};$ б) $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ в) $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$	а) $x = (-1)^n \frac{\pi}{3} - \frac{2\pi}{5} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ б) $x = 0 + \pi n, n \in \mathbb{Z};$ в) $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
C	а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi m \leq x \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{\pi}{8} + \pi m < x < \frac{7\pi}{8} + \pi m, m \in \mathbb{Z}.$	а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi m \leq x \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{\pi}{8} + \pi m \leq x \leq \frac{5\pi}{8} + \pi m, m \in \mathbb{Z}.$

Самостоятельная работа № 7 Параллельность в пространстве.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

Уровень А.

1. Написать обозначение прямых.
2. Написать обозначение отрезков.
3. Написать обозначение углов.
4. Написать обозначение плоскостей.
5. Сколько плоскостей можно провести через одну прямую?
6. Сколько плоскостей можно провести через две параллельные прямые?
7. Сколько плоскостей можно провести через две пересекающиеся прямые?
8. Сколько плоскостей можно провести через две скрещивающиеся прямые?
9. Прямые a и b параллельны прямой c . Как расположены между собой прямые a и b ?
10. Две плоскости параллельны одной прямой. Параллельны ли они между собой?
11. Плоскость $\alpha \parallel \beta$, $\alpha \times \gamma = a$, $\beta \times \gamma = b$. Что можно сказать о прямых a и b ?
12. У треугольника основание равно 18 см. Чему равна средняя линия треугольника?
13. Стороны основания трапеции равны 12 см и 7 см. Чему равна средняя линия трапеции?
14. У данного четырехугольника противоположные стороны равны и параллельны. Диагонали равны 15 см и 13 см. Является ли четырехугольник прямоугольником?

Уровень В.

15. Точки K, M, P, T не лежат в одной плоскости. Могут ли прямые KM и PT пересекаться?
 Ответ обосновать.
16. Схематично изобразить плоскость α в виде параллелограмма. Вне ее построить отрезок AB , не параллельный ей. Через концы отрезка AB и его середину M провести параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и M_1 . Найти длину отрезка MM_1 , если $AA_1 = 13$ м, $BB_1 = 7$ м.

Уровень С.

17. Даны две параллельные плоскости и не лежащая между ними точка P . Две прямые, проходящие через точку P пересекают ближнюю к точке P плоскость в точках A_1 и A_2 , а дальнюю в точках B_1 и B_2 соответственно. Найдите длину отрезка B_1B_2 , если $A_1A_2 = 6$ см и $PA_1 : A_1B_1 = 3 : 2$.

2 вариант

Уровень А.

1. Написать обозначение плоскостей.
2. Написать обозначение прямых.
3. Написать обозначение углов.
4. Назовите основные фигуры в пространстве.
5. Сколько плоскостей можно провести через три точки?
6. Могут ли прямая и плоскость иметь две общие точки?
7. Сколько плоскостей можно провести через прямую и не лежащую на ней точку?
8. Сколько может быть общих точек у прямой и плоскости?
9. Всегда ли через две параллельные прямые можно провести плоскость?
10. Верно ли, что плоскости параллельны, если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости??
11. Плоскость $\alpha \parallel \beta$, прямая m лежит в плоскости α . Верно ли, что прямая m параллельна плоскости β ?
12. У треугольника основание равно 10 см. Чему равна средняя линия треугольника?
13. Стороны основания трапеции равны 13 см и 4 см. Чему равна средняя линия трапеции?
14. Верно ли, что если две стороны треугольника параллельны плоскости α , то и третья сторона треугольника параллельна плоскости α ?

Уровень В.

15. Прямые EN и KM не лежат в одной плоскости. Могут ли прямые EM и NK пересекаться?
 Ответ обосновать.
16. Схематично изобразить плоскость α в виде параллелограмма. Вне ее построить отрезок AB , не параллельный ей. Через концы отрезка AB и его середину M провести параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и M_1 . Найти длину отрезка MM_1 , если $AA_1 = 3$ м, $BB_1 = 17$ м.

Уровень С.

17. Даны две параллельные плоскости и не лежащая между ними точка P . Две прямые, проходящие через точку P пересекают ближнюю к точке P плоскость в точках A_1 и A_2 , а дальнюю в точках B_1 и B_2 соответственно. Найдите длину отрезка B_1B_2 , если $A_1A_2 = 10$ см и $PA_1 : A_1B_1 = 2 : 3$.

Критерии оценки

Задания	Баллы	Примечание
---------	-------	------------

1 - 14	14	Каждый правильный ответ 1 балл
15 - 16	4	Каждый правильный ответ 2 балла
17	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 21 балл

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	21 - 20
« 4 » (хорошо)	19 - 17
« 3 » (удовлетворительно)	16 - 15
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 15

Ответы

	1 Вариант	2 Вариант
1	AB, a, b	$\alpha, \beta, (ABC), ..$
2	$AB, CD, ..$	AB, a, b
3	$\angle ABC, \angle O, \alpha, 1,$	$\angle ABC, \angle O, \alpha, 1,$
4	$\alpha, \beta, (ABC), ..$	точка, прямая, плоскость
5	несколько	одну
6	одну	нет
7	одну	одну
8	ни одной	одну, много, ни одной
9	параллельно	да
10	и да, и нет	нет
11	$a \parallel b$	да
12	9 см	5 см
13	9, 5 см	8,5 см
14	нет	да
15	KM скрещивается с PT	EM скрещивается с NK
16	10 см	10 см
17	10 см	25 см

Самостоятельная работа № 8

Перпендикуляр и наклонная. Свойства перпендикулярности прямой и плоскости.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

Уровень А.

Ответь на предложенные вопросы. В каждом ответе обоснуй свою точку зрения.

1. Могут ли скрещивающиеся прямые быть перпендикулярными?
2. Какие между собой две прямые перпендикулярные к одной плоскости?
3. Могут ли быть \perp к одной плоскости две стороны одного треугольника?
4. Прямая \perp к одной из двух пересекающихся плоскостей, может ли она быть \perp к другой плоскости?
5. Если две плоскости \perp к одной прямой, каковы они между собой?
6. Сколько наклонных можно провести из одной точки к плоскости?
7. Может ли угол между прямой и плоскостью быть равен 70° ?

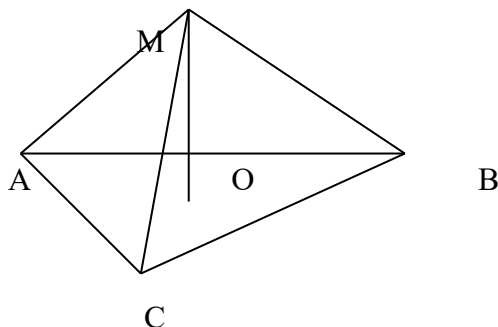
Уровень В.

Решите задачи.

8. Перекладина длиной 5 м лежит своими концами на двух вертикальных столбах высотой 3 м и 6 м. Каково расстояние между основаниями столбов?
9. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 5 см и 8 см. Проекция одной из них на 3 см больше другой. Найдите проекции наклонных.

Уровень С.

10. Расстояние от точки M до каждой из вершин правильного треугольника ABC равно 4 см. Найдите расстояние от точки M до плоскости ABC , если $AB = 6$ см.



- а) 4 см;
б) 8 см;
в) 6 см;
г) 2 см.

**2 вариант
Уровень А.**

Ответ на предложенные вопросы. В каждом ответе обоснуй свою точку зрения.

1. Как расположены друг к другу рёбра, выходящие из одной вершины куба?
2. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, будет ли вторая прямая, тоже перпендикулярна к этой плоскости?
3. Могут ли быть \perp к одной плоскости две стороны трапеции?
4. Что называют расстоянием от точки до плоскости?
5. Сколько перпендикуляров можно провести из одной точки к плоскости?
6. Может ли перпендикуляр быть длиннее наклонной, проведённой из этой же точки?
7. Может ли угол между прямой и плоскостью быть равен 120° ?

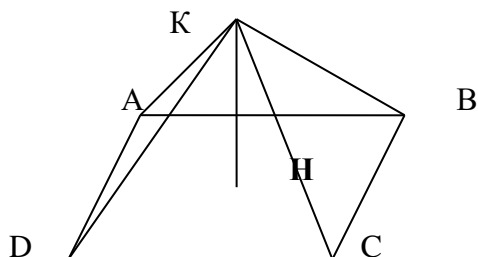
Уровень В.

Решите задачи.

8. Какой длины нужно взять перекладину, чтобы её можно было положить концами на две вертикальные опоры высотой 4 м и 8 м, поставленные на расстоянии 3 м одна от другой?
9. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 6 см длиннее другой. Проекция наклонных равны 17 см и 7 см. Найдите длины наклонных.

Уровень С.

10. Расстояние от точки K до каждой из вершин квадрата $ABCD$ равно 5 см. Найдите расстояние от точки K до плоскости $ABCD$, если $AB = 3\sqrt{2}$ см.



- а) 4 см;
б) $4\sqrt{2}$ см;
в) 2 см;
г) $\sqrt{34}$ см.

Критерии оценки

Задания	Баллы	Примечание
---------	-------	------------

1 - 7	7	Каждый правильный ответ 1 балл
8 - 9	4	Каждый правильный ответ 2 балла
10	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **14 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	14 - 13
« 4 » (хорошо)	12 - 11
« 3 » (удовлетворительно)	10 - 9
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 9

Ответы

	1 Вариант	2 Вариант
1	да	\perp
2	\parallel	да
3	нет	да
4	нет	длина перпендикуляра
5	\parallel	одну
6	множество	нет
7	да	нет
8	4 м	5 м
9	5 см и 8 см	17 см и 23 см
10	г) 2 см	а) 4 см

Самостоятельная работа № 9

Координаты в пространстве. Действия над векторами.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант Уровень А.

Заполните пропуски.

1. Вектором на плоскости называется ...
2. Вектор изображается ...
3. Модулем вектора называется ...
4. Два вектора в пространстве называются противоположно направленными, если ...
5. При умножении вектора на число ...
6. Два вектора считаются равными, если ...
7. Нулевой вектор коллинеарен вектору.

Уровень В.

8. Найдите координаты вектора \vec{AB} , если $A(5; -1; 3)$ и $B(2; -2; 4)$.
9. Даны векторы $\vec{b} = \{3; 1; -2\}$ и $\vec{c} = \{1; 4; -3\}$. Найдите $\left| \vec{2b} - \vec{c} \right|$.
10. Даны точки $A(0; 0; 2)$ и $B(1; 1; -2)$. На оси ОУ найдите точку $M(0; y; 0)$, равноудалённую от точек А и В. Точка О – начало координат.

Уровень С.

11. Являются ли векторы \vec{AB} и \vec{CE} *коллинеарными*, если $A(5;-1;3)$, $B(2;-2;4)$, $C(3;1;-2)$, $E(6;1;1)$?

Уровень А.

Заполните пропуски.

1. Вектором в пространстве называется ...
2. Вектор обозначается ...
3. Длиной вектора называется ...
4. Два вектора в пространстве называются одинаково направленными, если ...
5. Для того, чтобы сложить два вектора, нужно ...
6. Нулевым вектором называется ...
7. Два вектора называются коллинеарными, если ...

Уровень В.

8. Найдите координаты вектора \vec{CD} , если $C(6;3;-2)$ и $D(2;4;-5)$.
9. Даны векторы $\vec{a} \{5; -1; 2\}$ и $\vec{b} \{3; 2; -4\}$. Найдите $|\vec{a} - 2\vec{b}|$.
10. Даны точки $A(0; -2; 0)$ и $B(1; 2; -1)$. На оси OZ найдите точку $M(0; 0; z)$, равноудалённую от точек A и B . Точка O – начало координат.

Уровень С.

11. Являются ли векторы \vec{AB} и \vec{CM} *коллинеарными*, если $C(5;-1;3)$, $M(2;-2;4)$, $A(1;-2;3)$ и $B(-5;-4;5)$?

Критерии оценки

Задания	Баллы	Примечание
1 - 7	7	Каждый правильный ответ 1 балл
8 - 10	6	Каждый правильный ответ 2 балла
11	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 16 баллов

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	16 - 15
« 4 » (хорошо)	14 - 13
« 3 » (удовлетворительно)	12 - 10
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 10

Ответы

	1 Вариант	2 Вариант
1	направленный отрезок	направленный отрезок
2	\vec{a}, \rightarrow	\vec{a}, \rightarrow
3	длина вектора	длина отрезка

4	коллинеарны и их направления не совпадают	их направления совпадают
5	на это число умножаются координаты вектора	сложить их координаты
6	они сонаправлены и их длины равны	вектор, у которого начало и конец совпадают
7	любому	они лежат на параллельных или на одной прямой
8	$\vec{AB} = \{-3; -1; 1\}$	$\vec{CD} = \{-4; 1; -3\}$
9	$2\vec{b} - \vec{c} = \{5; -2; -1\}, 2\vec{b} - \vec{c} = \sqrt{30}$	$\vec{a} - 2\vec{b} = \{-1; -5; 10\}, \vec{a} - 2\vec{b} = \sqrt{126}$
10	$M(0; 1; 0)$	$M(0; 0; -1)$
11	не коллинеарны	коллинеарны

Самостоятельная работа работа № 10 Производная.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

Уровень А.

А1. Найдите $f'(4)$, если $f(x) = 4\sqrt{x} - 5$.

- 1) 3; 2) 2; 3) -1; 4) 1.

А2. Укажите производную функции $g(x) = x^2 + \cos x$.

- 1) $2x + \sin x$; 2) $2x - \sin x$; 3) $\frac{x^3}{3} + \sin x$; 4) $\frac{x^3}{3} - \sin x$.

А3. Уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x-3}{x+4}$ в точке с абсциссой $x_0 = -3$ имеет вид:

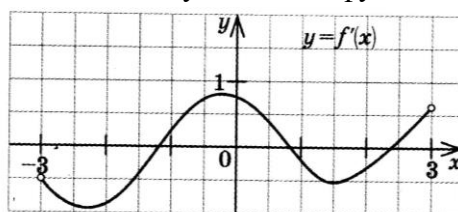
- 1) $y = 7x + 13$; 2) $y = 7x + 15$; 3) $y = -7x + 15$; 4) $y = -7x + 13$.

А4. Тело движется по прямой так, что расстояние S (в метрах) от него до точки B этой прямой изменяется по закону $S(t) = 3t^2 - 12t + 7$ (t – время движения в секундах). Через сколько секунд после начала движения мгновенная скорость тела будет равна 72 м/с.

- 1) 16; 2) 15; 3) 14; 4) 13.

Уровень В.

В5. На рисунке изображён график производной некоторой функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $(-3; 3)$. Сколько точек максимума имеет функция $f(x)$ на этом промежутке?



В6. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = x^4 - 2x^3 + 3x - 13$ в точке $x_0 = -1$.

В7. Найдите производные функций: а) $f(x) = (7x + 4)^5$; б) $y = 3e^{3x} + 2\sin x$.

Уровень С.

С8. Найдите сумму тангенсов углов наклона касательных к параболе $y = x^2 - 9$ в точках пересечения параболы с осью абсцисс.

2 вариант
Уровень А.

А1. Найдите $f'(16)$, если $f(x) = 8\sqrt{x} - 3$.

- 1) 3; 2) 2; 3) -1; 4) 1.

А2. Укажите производную функции $g(x) = x^2 - \sin x$.

- 1) $2x + \cos x$; 2) $2x - \cos x$; 3) $\frac{x^3}{3} + \cos x$; 4) $\frac{x^3}{3} - \cos x$.

А3. Уравнение касательной к графику функции $y = \frac{x-3}{x+2}$ в точке с абсциссой $x_0 = -3$ имеет вид:

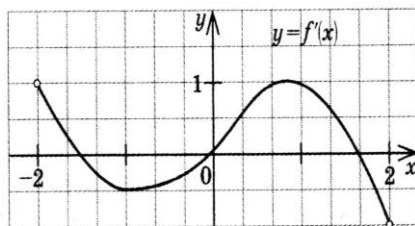
- 1) $y = -5x + 23$; 2) $y = -5x + 21$; 3) $y = 5x + 23$; 4) $y = 5x + 21$.

А4. Тело движется по прямой так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону $S(t) = t + 0,4t^2 - 6$ (м), где t – время движения в секундах. Найдите скорость тела через 10 секунд после начала движения.

- 1) 10; 2) 9; 3) 8; 4) 7.

Уровень В.

В5. На рисунке изображён график производной некоторой функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $(-2; 2)$. Сколько точек минимума имеет функция $f(x)$ на этом промежутке?



В6. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = x^5 + 2x^4 + x^3 + 1$ в точке $x_0 = 1$.

В7. Найдите производные функций: а) $f(x) = (4x + 7)^3$; б) $y = x \cdot \operatorname{tg} 3x$.

Уровень С.

С8. Найдите сумму угловых коэффициентов касательных к параболе $y = x^2 - 4$ в точках пересечения параболы с осью абсцисс.

Критерии оценки

Задания	Баллы	Примечание
А1 – А4	4	Каждый правильный ответ 1 балл
В5 - В7	6	Каждый правильный ответ 2 балла
С8	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **13 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
---------	---

« 5» (отлично)	13 - 12
« 4» (хорошо)	11 - 10
« 3» (удовлетворительно)	9 - 8
« 2» (неудовлетворительно)	менее 8

Ответы

	1 Вариант	2 Вариант
A1	1 (4)	1 (4)
A2	$2x - \sin x$ (2)	$2x - \cos x$ (2)
A3	$y = 7x + 15$ (2)	$y = 5x + 21$ (4)
A4	$t = 14$ с (3)	$V(10) = 9$ м/с (2)
B5	1 точка, $x_{\max} = 1,8$	1 точка, $x_{\min} = 0$
B6	$k = -7$	$k = 16$
B7	а) $35(7x + 4)^4$; б) $9e^{3x} + 2\cos x$	а) $12(4x + 7)^2$; б) $\lg 3x + \frac{3x}{\cos^2 3x}$
C8	$\operatorname{tg} a_1 + \operatorname{tg} a_2 = 6 + (-6) = 0$	$\operatorname{tg} a_1 + \operatorname{tg} a_2 = 4 + (-4) = 0$

Самостоятельная работа № 11 Исследование функции с помощью производной.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

Уровень А.

A1. Сколько интервалов убывания имеет функция $f(x) = x^3 - 3x$?

А. 1. Б.2. В. 3. Г. Ни одного

A2. Сколько критических точек имеет функция $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x$?

А. 2. Б.1. В. 3. Г. Ни одной

A3. Значение функции $y = -x^2 + 4x + 2$ в точке максимума равно...

А. 0. Б.2. В. 6. Г.8.

A4. Точкой максимума функции $f(x) = 16x^3 + 81x^2 - 21x - 2$ является...

А. - 1. Б.3,5. В. - 3. Г. - 3,5.

Уровень В.

B5. Дана функция $f(x) = x^3 - 3x - 6$. Найдите промежутки возрастания и убывания функции.

Уровень С.

C6. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ и постройте её график.

2 вариант

Уровень А.

A1. Сколько интервалов возрастания имеет функция $f(x) = x^3 - 3x^2$?

А. 1. Б. Ни одного. В. 2. Г. 3

A2. Сколько критических точек имеет функция $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

А. Ни одной. Б. 3. В. 1. Г. 2.

A3. Значение функции $y = 2x^2 - 8x + 11$ в точке минимума равно...

А. 0. Б. 5. В. 2. Г. 3.

A4. Точкой минимума функции $f(x) = 16x^3 + 81x^2 - 21x - 5$ является...

А. $\frac{1}{8}$. Б. 2,5. В. -3. Г. -1.

Уровень В.

B5. Дана функция $f(x) = x^3 - 3x + 2$. Найдите промежутки возрастания и убывания функции.

Уровень С.

C6. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x) = x^2 - 3x + 1$ и постройте её график.

Критерии оценки

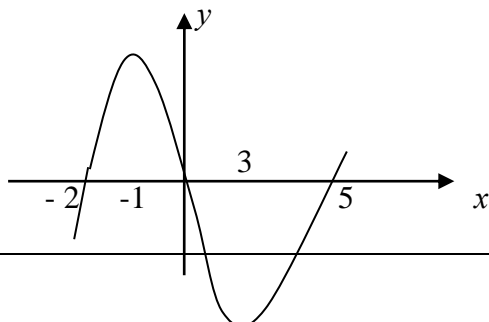
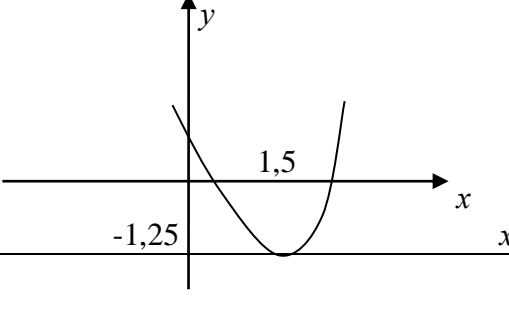
Задания	Баллы	Примечание
A1 – A4	4	Каждый правильный ответ 1 балл
B5	2	Каждый правильный ответ 2 балла
C6	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **9 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	9 - 8
« 4 » (хорошо)	7 - 6
« 3 » (удовлетворительно)	5 - 4
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 4

Ответы

	1 Вариант	2 Вариант
A1	А.1.	В.2.
A2	А. 2.	Г.2.
A3	В.6.	Г.3.
A4	Г. -3,5.	А. $\frac{1}{8}$.
B5	$\phi \uparrow$ при $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$; $\phi \downarrow$ при $x \in [-1; 1]$;	$\phi \uparrow$ при $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$; $\phi \downarrow$ при $x \in [-1; 1]$;
C6		

--	--	--

Самостоятельная работа № 12
Первообразная функции. Интеграл.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

Уровень А.

А1. Вычислите интеграл:

$$а) \int_1^2 (3x^2 + x - 4)dx; \quad б) \int_1^2 \frac{dx}{x^3}.$$

А2. Для функции $f(x) = 3\sin x$ найдите:

а) множество всех первообразных;

б) первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$

А3. Вычислите, сделав предварительно рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y = 0,5x^2, y = 0, x = 2, x = 0$.

А4. Докажите, что функция F является первообразной для функции $f(x)$ на промежутке $(-\infty; +\infty)$, если $F(x) = x^3 - 4, f(x) = 3x^2$.

Уровень В.

В5. Вычислите интеграл $\int_0^3 [x^2 + (x-3)^2] dx$

Уровень С.

С6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 6x - x^2$ и $y = 2x$.

2 вариант
Уровень А.

А1. Вычислите интеграл:

$$а) \int_1^2 (4x^3 - x + 5)dx; \quad б) \int_{-2}^1 \frac{dx}{x^3}.$$

А2. Для функции $f(x) = 2\cos x$ найдите:

а) множество всех первообразных;

б) первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{3}; 0\right)$

А3. Вычислите, сделав предварительно рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y = 2x^2, y = 0, x = 3, x = 0$.

А4. Докажите, что функция F является первообразной для функции $f(x)$ на промежутке $(-\infty; +\infty)$, если $F(x) = 2x - x^2, f(x) = 2 - 2x$.

Уровень В.

В5. Вычислите интеграл $\int_0^3 [x^2 + (1-x)^2] dx$

Уровень С.

С6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -6x - x^2$ и $y = -2x$.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A4	6	Каждый правильный ответ 1 балл
B5	2	Каждый правильный ответ 2 балла
C6	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **11 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	11 - 10
« 4 » (хорошо)	9 - 8
« 3 » (удовлетворительно)	7 - 6
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 6

Ответы к контрольной работе

	1 Вариант	2 Вариант
A1	а) 4,5; б) $\frac{3}{8}$	а) 18,5; б) $-\frac{3}{8}$
A2	а) $F(x) = -3\cos x + C$; б) $F(x) = -3\cos x + 0$.	а) $F(x) = 2\sin x + C$; б) $F(x) = 2\sin x - \sqrt{3}$.
A3	$S_{\text{фиг}} = \frac{4}{3}$ кв.ед.	$S_{\text{фиг}} = 18$ кв.ед.
A4	$F(x)$ является первообразной для $f(x)$	$F(x)$ является первообразной для $f(x)$
B5	18	12
C6	$S_{\text{фиг}} = 10\frac{2}{3}$ кв.ед.	$S_{\text{фиг}} = 10\frac{2}{3}$ кв.ед.

Самостоятельная работа работа № 13 Площади поверхностей многогранников.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

Уровень А.

A1. Выберите верное утверждение

- а) параллелепипед состоит из шести треугольников;
- б) противоположные грани параллелепипеда имеют общую точку;
- в) диагонали параллелепипеда пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

A2. Количество ребер шестиугольной призмы

- а) 18; б) 6; в) 24; г) 12; д) 15.

A3. Наименьшее число граней призмы

- а) 3; б) 4; в) 5; г) 6; д) 9.

A4. Не является правильным многогранником

- а) правильный тетраэдр; б) правильная призма; в) правильный додекаэдр; г) правильный октаэдр.

A5. Выберите верное утверждение:

- а) выпуклый многогранник называется правильным, если его грани являются правильными многоугольниками с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине многогранника сходится одно и то же число ребер;
б) правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр – это одно и то же;
в) площадь боковой поверхности пирамиды равна произведению периметра основания на высоту.

A6. Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется

- а) диагональю; б) медианой; в) апофемой.

A7. Диагональ многогранника – это отрезок, соединяющий

- а) любые две вершины многогранника; б) две вершины, не принадлежащие одной грани;
в) две вершины, принадлежащие одной грани.

Уровень В.

B8. Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда, если стороны его основания 3 см, 4 см, а высота равна 10 см.

Уровень С.

C9. В правильной четырёхугольной пирамиде со стороной основания 8 м, боковая грань наклонена к плоскости основания под углом 60° . Найдите:

- а) высоту пирамиды; б) площадь боковой поверхности.

2 вариант

Уровень А.

A1. Выберите верное утверждение

- а) тетраэдр состоит из четырех параллелограммов;
б) отрезок, соединяющий противоположные вершины параллелепипеда, называется его диагональю;
в) параллелепипед имеет всего шесть ребер.

A2. Количество граней шестиугольной призмы

- а) 6; б) 8; в) 10; г) 12; д) 16.

A3. Наименьшее число рёбер призмы

- а) 9; б) 8; в) 7; г) 6; д) 5.

A4. Не является правильным многогранником

- а) правильный тетраэдр; б) правильный додекаэдр; в) правильная пирамида; г) правильный октаэдр.

A5. Выберите верное утверждение:

- а) правильный додекаэдр состоит из восьми правильных треугольников;
б) правильный тетраэдр состоит из восьми правильных треугольников;
в) правильный октаэдр состоит из восьми правильных треугольников.

A6. Апофема – это

- а) высота пирамиды; б) высота боковой грани пирамиды;
в) высота боковой грани правильной пирамиды.

A7. Усеченная пирамида называется правильной, если

- а) ее основания – правильные многоугольники;
б) она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию;
в) ее боковые грани – прямоугольники.

Уровень В.

В8. Найдите боковое ребро правильной четырёхугольной, пирамиды, у которой сторона основания 8 м, а высота равна 10 м.

Уровень С.

С9. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания 5 м и 12 м, а диагональ параллелепипеда наклонена к плоскости основания под углом 30° . Найдите:
а) высоту параллелепипеда; б) площадь боковой поверхности.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A7	7	Каждый правильный ответ 1 балл
B8	2	Каждый правильный ответ 2 балла
C9	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 12 баллов

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	12 - 11
« 4 » (хорошо)	10 - 9
« 3 » (удовлетворительно)	8 - 7
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 7

Ответы

	1 Вариант	2 Вариант
A1	в)	б)
A2	а) 18	б) 8
A3	в) 5	а) 9
A4	б)	в)
A5	а)	в)
A6	в)	в)
A7	б)	б)
B8	$5\sqrt{5}$ м	$\sqrt{132}$ м
C9	$h = 4\sqrt{3}$ м ; $S_{б.п.} = 128$ м ²	$h = \frac{13\sqrt{3}}{3}$; $S_{б.п.} = \frac{442\sqrt{3}}{3}$ м ²

Самостоятельная работа № 14 Площади поверхностей тел вращения.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

1 вариант

Уровень А.

Подтвердить или опровергнуть следующие утверждения.

A1. При вращении прямоугольника около стороны как оси получаем цилиндр.

A2. Отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности основания называются

образующими конуса.

A3. Осевым сечением цилиндра является треугольник.

A4. Высота цилиндра (прямого) больше образующей.

A5. При вращении полукруга вокруг его диаметра как оси получается шар.

A6. Площадь полной поверхности цилиндра вычисляется по формуле $S = 2\pi(r+h)$, где r – радиус цилиндра, h – высота цилиндра.

Уровень В.

B7. Высота цилиндра равна 4 м, расстояние между осью цилиндра и параллельной ей плоскостью сечения равно 3 м, а площадь сечения 32 м^2 . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

B8. Высота конуса равна 12 м, а образующая 13 м. Найдите площадь осевого сечения конуса.

Уровень С.

C9. Площадь сечения, не проходящего через центр шара, равна $16\pi \text{ м}^2$. Найдите площадь поверхности шара, если расстояние от центра шара до секущей плоскости равно 5 м.

2 вариант

Уровень А.

Подтвердить или опровергнуть следующие утверждения.

A1. При вращении прямоугольного треугольника вокруг его катета как оси получаем конус.

A2. Отрезки, соединяющие соответствующие точки окружностей кругов называются образующими цилиндра.

A3. Осевым сечением конуса является прямоугольник.

A4. Высота конуса равна образующей.

A5. Отрезок, соединяющий две точки шаровой поверхности и проходящий через центр шара, называется диаметром шара.

A6. Все образующие цилиндрической поверхности параллельны друг другу.

Уровень В.

B7. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $60\pi \text{ м}^2$, а радиус основания 5 м. Найдите длину образующей цилиндра.

B8. Радиус основания конуса равен 12 м, а образующая 13 м. Найдите площадь осевого сечения конуса.

Уровень С.

C9. Радиус сферы равен 13 м, а расстояние от её центра до секущей плоскости равно 5 м. Найдите длину окружности сечения сферы.

Критерии оценки контрольной работы

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A6	6	Каждый правильный ответ 1 балл
B7 - B8	4	Каждый правильный ответ 2 балла
C9	3	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **13 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	13 - 12

« 4 » (хорошо)	11 - 10
« 3 » (удовлетворительно)	9 - 8
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 8

Ответы

	1 Вариант	2 Вариант
A1	да	да
A2	да	да
A3	да	нет
A4	нет	нет
A5	да	да
A6	нет	да
B7	$40\pi \text{ м}^2$	6 м
B8	60 м^2	60 м^2
C9	$161\pi \text{ м}^2$	$24\pi \text{ м}^2$

Самостоятельная работа № 15 Объёмы многогранников.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

Уровень А.

A1. Какой не может быть призма?

А. Прямой; Б. Наклонной; В. Правильной; Г. Усеченной.

A2. Какая формула используется для вычисления объема призмы, где R – радиус основания, H – высота:

А. $\frac{1}{3} S_{\text{осн}} H$; Б. $\pi R^2 H$; В. $S_{\text{осн}} H$; Г. $\frac{1}{3} H (S + S_1 + \sqrt{SS_1})$.

A3. Назовите, какая фигура не является правильным многогранником.

А. Куб; Б. Додекаэдр; В. Октаэдр; Г. Параллелепипед.

A4. Ребро куба равно 2 см. Вычислите сумму длин всех ребер куба.

А. 24 см; Б. 48 см; В. 12 см; Г. 60 см.

A5. Площадь грани куба равна 16 см^2 . Вычислите его объем.

А. 24 см^3 ; Б. 48 см^3 ; В. 56 см^3 ; Г. 64 см^3 .

A6. Существует ли призма, у которой только одно боковое ребро перпендикулярно основанию?

А. Да; Б. Нет.

Уровень В.

B7. Из вершины B квадрата $ABCD$ со стороной 6 см к его плоскости проведён перпендикуляр BK . Найдите объём пирамиды, если $AK = 10$ см.

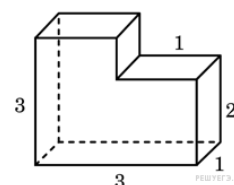
B8. Основанием призмы является прямоугольный треугольник с острым углом 60° и катетом, прилежащим к этому углу, равным 9 см. Высота призмы равна 10 см. Найдите:

а) объём призмы;

б) площадь полной поверхности призмы.

Уровень С.

C9. Найдите объём многогранника, изображенного на рисунке



(все двугранные углы многогранника прямые).

2 вариант

Уровень А.

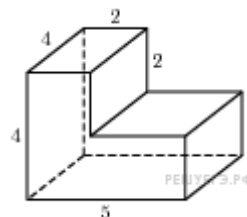
- A1.** Прямоугольный параллелепипед – это
А. Пирамида; Б. Призма; В. Октаэдр; Г. Тетраэдр.
- A2.** Объем пирамиды определяется по формуле, где $S_{осн}$ - площадь основания, H – высота, R – радиус.
А. $\frac{1}{3}S_{осн}H$; Б. $\frac{1}{3}\pi R^2H$; В. $S_{осн}H$; Г. $\frac{2}{3}\pi R^2H$.
- A3.** Апофема – это
А. Образующая цилиндра; Б. Высота конуса; В. Высота боковой грани пирамиды;
Г. Высота усеченного конуса.
- A4.** Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 2 см, 3 см и 5 см. Вычислите его объем.
А. 30 см³; Б. 15 см²; В. 20 см²; Г. 25 см².
- A5.** Ребро куба равно 2 см. Вычислите площадь поверхности куба.
А. 12 см²; Б. 24 см²; В. 16 см²; Г. 18 см².
- A6.** Существует ли призма, имеющая 20 ребер?
А. Да; Б. Нет.

Уровень В.

- B7.** Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с катетом 5 см и гипотенузой 13 см. Высота призмы равна 10 см. Найдите объем призмы.
- B8.** В правильной четырёхугольной пирамиде боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 30°, а основание равно 6 см. Найдите:
а) объем пирамиды;
б) площадь полной поверхности пирамиды.

Уровень С.

- C9.** Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке
(все двугранные углы прямые).



Критерии оценки

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A6	6	Каждый правильный ответ 1 балл
B7,B8,C9	9	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – 15 баллов

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	15 - 14
« 4 » (хорошо)	13 - 12
« 3 » (удовлетворительно)	11 - 10
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 10

Ответы

	1 Вариант	2 Вариант
A1	г	б
A2	в	а
A3	г	в
A4	а	а
A5	б	б
A6	б	б
B7	96 см ³	300 см ³
B8	а) $405\sqrt{3}$ см ³ ; б) $171\sqrt{3} + 270$ см ² ;	а) $12\sqrt{3}$ см ³ ; б) $24\sqrt{3} + 36$ см ² ;
C9	8	56

Самостоятельная работа № 16 Объёмы тел вращения.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

Уровень А.

A1. Сфера является поверхностью:

А) конуса; б) усеченного конуса; в) цилиндра; г) шара.

A2. Изменится ли объём цилиндра, если диаметр его основания увеличить в 2 раза, а высоту уменьшить в 4 раза?

A3. Из каких тел состоит тело, полученное вращением равнобедренной трапеции вокруг большего основания?

A4. Объём цилиндра равен 12 см³. Чему равен объём конуса, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный цилиндр?

A5. Найдите объём цилиндра с высотой, равной 3 см и диаметром основания – 6 см.

а) 27π см³; б) 9π см³; в) 36π см³; г) 18π см³; д) 54π см³.

A6. Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания и высота цилиндра равны 6. Найдите объём параллелепипеда.

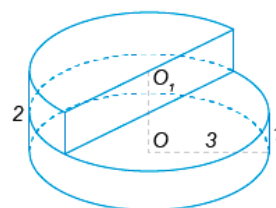
Уровень В.

B7. В шаре на расстоянии 3 см от центра проведено сечение, радиус которого 4 см. Найдите объём шара.

B8. Прямоугольный треугольник с гипотенузой 13 см вращается вокруг оси, содержащей катет длиной 5 см. Найдите объём полученного конуса и площадь его полной поверхности.

Уровень С.

C9. Найдите объём V части цилиндра, изображенной на рисунке. ,2



2 вариант

Уровень А.

А1. Сфера и плоскость не могут иметь:

А) одну общую точку; б) ни одной общей точки; в) две общие точки; г) много общих точек.

А2. Во сколько раз увеличится объем кругового конуса, если высоту увеличить в 3 раза.

А3. Из каких тел состоит тело, полученное вращением равнобедренной трапеции вокруг меньшего основания?

А4. Цилиндр и конус имеют общее основание и высоту. Найдите объем конуса, если объем цилиндра равен $120\pi \text{ см}^3$.

А5. Высота конуса 3 см, образующая 5 см. Найдите его объем.

а) $27\pi \text{ см}^3$; б) $9\pi \text{ см}^3$; в) $16\pi \text{ см}^3$; г) $18\pi \text{ см}^3$; д) $54\pi \text{ см}^3$.

А6. Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания и высота цилиндра равны 5. Найдите объем параллелепипеда.

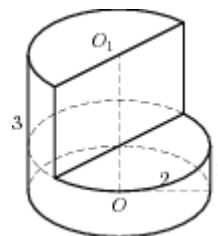
Уровень В.

В7. В шаре на расстоянии 8 см от центра проведено сечение, радиус которого 6 см. Найдите объем шара.

В8. Цилиндр образован вращением прямоугольника с диагональю 5 см вокруг стороны длиной 3 см. Найдите объем цилиндра и площадь полной его поверхности.

Уровень С.

С9. Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке.



Критерии оценки

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A6	6	Каждый правильный ответ 1 балл
B7,B8,C9	9	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **15 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	15 - 14
« 4 » (хорошо)	13 - 12
« 3 » (удовлетворительно)	11 - 10
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 10

Ответы

	1 Вариант	2 Вариант
A1	г	в
A2	не изменится	в 3 раза увеличится
A3	из двух конусов и цилиндра	из двух конусов и цилиндра
A4	4	40π
A5	$27\pi \text{ см}^3$	16π
A6	864	500
B7	$\frac{500}{3} \pi \text{ см}^3$	$\frac{4000}{3} \pi \text{ см}^3$
B8	$240\pi \text{ см}^3$; $300\pi \text{ см}^2$;	$48\pi \text{ см}^3$; $56\pi \text{ см}^2$;
C9	13,5π	8π

Самостоятельная работа № 17 Комбинаторика, статистика и теория вероятностей.

Цель: проверка знаний и практических умений обучающихся.

Уровень А.

- A1.** Для каждого из описанных событий определите, каким оно является: невозможным, достоверным или случайным:
- 1) завтра будет хорошая погода;
 - 2) в январе в городе пойдет снег;
 - 3) в 12 часов в городе идет дождь, а через 24 часа будет светить солнце;
 - 4) на день рождения вам подарят говорящего крокодила;
 - 5) круглая отличница получит двойку;
 - 6) камень, брошенный в воду утонет.
- A2.** Определите моду, среднее арифметическое и размах ряда: 5, 6, 11, 11, – 1.
- A3.** Какова вероятность того, что задуманное двузначное число делится на 3 или делится на 2? Определите вид события.
- а) сложение событий;
 - б) произведение событий.
- A4.** Вычислите $C_6^4 \cdot C_5^3 - C_5^3 \cdot C_4^2$.
- A5.** На стол бросают два игральных тетраэдра (серый и белый), на гранях каждого из которых точками обозначены числа от 1 до 4. Сколько различных пар чисел может появиться на гранях этих тетраэдров, соприкасающихся с поверхностью стола?
- A6.** Из 10 первых натуральных чисел случайно выбираются 2 числа. Вычислите вероятности следующих событий:
- а) одно из выбранных чисел – двойка;
 - б) оба числа нечетные.

Уровень В.

- B7.** В бригаде 4 женщины и 3 мужчины. Среди членов бригады разыгрываются 4 билета в театр. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажется 2 женщины и 2 мужчины?
- B8.** На каждой карточке написана одна из букв к, л, м, н, о, п. Четыре карточки наугад выкладывают одну за другой в ряд. Какова вероятность, что при выкладывании получится слово «клоп»?

Уровень С.

- C9.** Найдите вероятность того, что случайным образом выбранное двузначное число при делении на 11 дает в остатке 10.

2 вариант
Уровень А.

- A1.** Для каждого из описанных событий определите, каким оно является: невозможным, достоверным или случайным:
- 1) вы выходите на улицу, а навстречу идет слон;
 - 2) вас пригласят лететь на Луну;
 - 3) черепаха научится говорить;
 - 4) выпадет желтый снег;
 - 5) вы не выиграете, участвуя в беспроигрышной лотерее;
 - 6) после четверга будет пятница.
- A2.** Определите моду, среднее арифметическое и размах ряда: 15, 4, 12, – 3, 15.
- A3.** Какова вероятность того, что первое из задуманных двузначных чисел делится на 2, а второе – делится на 5? Определите вид события.
- а) сложение событий; б) произведение событий.
- A4.** Вычислите $A_6^4 \cdot A_5^3$.
- A5.** Из коробки, содержащей 8 мелков различных цветов, Гена и Таня берут по одному мелку. Сколько существует различных вариантов такого выбора двух мелков?
- A6.** Из 10 первых натуральных чисел случайно выбираются 2 числа. Вычислите вероятности следующих событий:
- а) одно из выбранных чисел – единица; б) оба числа четные.

Уровень В.

- B7.** В урне 6 белых и 4 черных шара. Из этой урны наудачу извлекли 5 шаров. Какова вероятность того, что 2 из них белые, а 3 черные?
- B8.** На каждой карточке написана одна из букв р, с, т, у, л, х. Четыре карточки наугад выкладывают одну за другой в ряд. Какова вероятность, что при выкладывании получится слово «стул»?

Уровень С.

- C9.** Найдите вероятность того, что случайным образом выбранное двузначное число при делении на 13 дает в остатке 5.

Критерии оценки

Задания	Баллы	Примечание
A1 – A6	6	Каждый правильный ответ 1 балл
B7, B8, C9	9	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **15 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« 5 » (отлично)	15 - 14
« 4 » (хорошо)	13 - 12
« 3 » (удовлетворительно)	11 - 10
« 2 » (неудовлетворительно)	менее 10

Ответы

	1 Вариант	2 Вариант
A1	1) случ; 2) достов; 3) случ; 4)невозм; 5) случ; 6) достов.	1) невоз; 2) случ; 3) невоз; 4) случ; 5) невоз; 6) достов.
A2	мода равна 11; размах 12; ср. ариф. 6,4;	мода равна 15; размах 18; ср. ариф. 8,6;
A3	а	б
A4	90	21600
A5	16	56
A6	а) 0,2; б) $\frac{2}{9}$	а) 0,2; б) $\frac{2}{9}$
B7	$\frac{18}{35}$	$\frac{5}{21}$
B8	$\frac{1}{360}$	$\frac{1}{720}$
C9	0,1	$\frac{7}{90}$

Задания для подготовки к экзамену

1. Общие положения

Формой аттестации по дисциплине является экзамен. Итогом экзамена является оценка знаний и умений обучающегося по пятибалльной шкале.

Экзамен проводится в форме выполнения заданий на базе колледжа.

Условия проведения экзамена

Экзамен проводится по группам.

Количество вариантов задания - 4.

Задания предусматривают одновременную проверку усвоенных знаний и освоенных умений по всем темам программы. Ответы предоставляются письменно.

Время выполнения задания - 5 часов (академических) с перерывом.

Оборудование: бумага, ручка, карандаш, линейка, вариант задания, справочная литература, микрокалькулятор.

2. Тренировочные варианты для подготовки к экзамену

Инструкция для обучающихся по выполнению работы

На выполнение письменной экзаменационной работы по математике дается 5 астрономических часа (300 минут).

Экзаменационная работа состоит из 2-х частей: обязательной и дополнительной.

Обязательная часть содержат задания минимально обязательного уровня, а дополнительная часть – более сложные задания.

При выполнении большинства заданий обязательной части требуется представить ход решения и указать полученный ответ. Только в нескольких заданиях достаточно представить ответ. За правильное

выполнение любого задания из обязательной части вы получаете один балл. Если вы приводите неверное решение, неверный ответ или не приводите никакого ответа, получаете 0 баллов за задание. При выполнении любого задания дополнительной части необходимо подробно описать ход решения и дать ответ.

Правильное выполнение заданий дополнительной части оценивается 3 баллами.

Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь правильно выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов.

Перед началом работы внимательно ознакомьтесь со шкалой перевода баллов в отметки и обратите внимание, что начинать работу следует с заданий обязательной части.

Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе

1

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки	
	<i>социально-экономический профиль</i>	<i>технический профиль</i>
«3» (удовлетворительно)	9–14	9–16
«4» (хорошо)	15–21 (не менее одного задания из дополнительной части)	17–21
«5» (отлично)	более 21 (не менее двух заданий из дополнительной части)	более 21

вариант

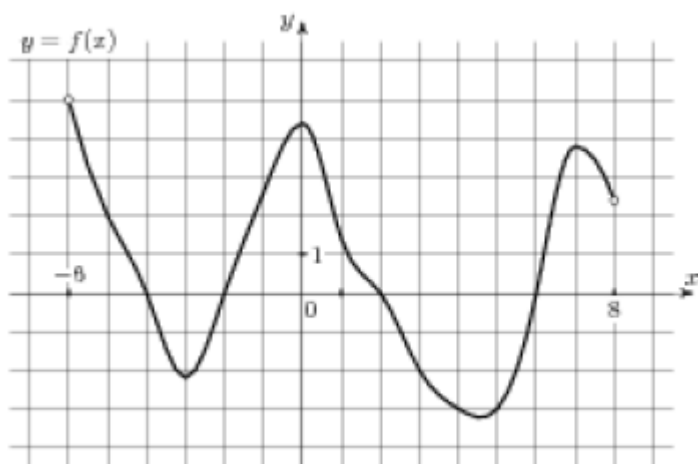
Обязательная часть

При выполнении заданий 1-3 запишите ход решения и полученный ответ.

1. (1 балл) Найдите корень уравнения $3^{2-2x} = 81$.
2. (1 балл) Найдите значение выражения $\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13}$.
3. (1 балл) Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?

При выполнении заданий 4-7 запишите полученный ответ.

4. (1 балл) На рисунке (см. ниже) изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.
5. (1 балл) Определите наименьшее и наибольшее значения функции.
6. (1 балл) При каких значениях x , $f(x) \geq 0$.
7. (1 балл) При каких значениях x , $f(x) \leq 0$.



При выполнении заданий 8-12 укажите ход решения и запишите полученный ответ.

8. (1 балл) Найдите значение $\sin \alpha$, если известно, что $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ и $\alpha \in I$ четверти.

9. (1 балл) Решить уравнение $2 \cos(x + \frac{\pi}{3}) = 1$.

10. (1 балл) Решите уравнение $\log_5(5 - 5x) = 2 \log_5 2$.

11. (1 балл) Строительной фирме нужно приобрести 50 кубометров строительного бруса у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)? Цены и условия указаны в таблице.

Поставщик	Цена бруса (руб. за 1 м^3)	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	3500	9900	-
Б	4500	7900	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	3600	7900	При заказе на сумму больше 200000 руб. доставка бесплатно

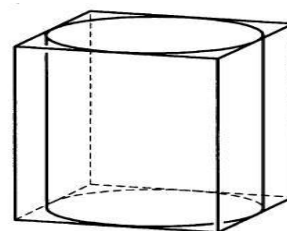
12. (1 балл) В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC боковая сторона AB равна 8, а $\cos A = \frac{\sqrt{7}}{4}$. Найдите высоту, проведенную к основанию.

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 балл) Найдите значение выражения $4\sqrt{6} + 10 \cdot 4^{-6} - \sqrt{6}$.

14. (1 балл) Найдите корень уравнения $x = \frac{8x+36}{x+13}$.

15. (1 балл) Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 2. Объем параллелепипеда равен 16. Найдите высоту цилиндра.



16. (1 балл) Тело движется по закону $S(t) = x^2 - 4x + 3$. Определите, в какой момент времени скорость будет равна 4.

17. (1 балл) Решить уравнение $\sin^2 x - 2 \sin x - 3 = 0$.

18. (1 балл) Решите неравенство $\frac{1}{5^x} \geq 0,04$.

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19 - 22 запишите ход решения и полученный ответ.

19. (3 балла) Найдите наибольшее значение функции $y = 12\sqrt{2} \cos x + 12x - 3\pi + 9$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

20. (3 балла) Решите систему уравнений $\begin{cases} 4x - y = 2 \\ \log_{12} 3x = \log_{12}(y+1) \end{cases}$.

21. (3 балла) Равнобокая трапеция с основаниями 10 см и 18 см и высотой 3 см вращается около меньшего основания. Найдите площадь поверхности тела вращения.

22. (3 балла) Найдите решение уравнения $\cos 2x + \sin x = \cos^2 x$.
Укажите корни, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$.

2 вариант

Обязательная часть

При выполнении заданий 1-3 запишите ход решения и полученный ответ.

1. (1 балл) Найдите корень уравнения $2^{1-x} = 16$.

2. (1 балл) Найдите значение выражения $\frac{\log_2 \sqrt[5]{27}}{\log_2 27}$.

3. (1 балл) Тетрадь стоит 20 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 350 рублей после понижения цены на 25 %.

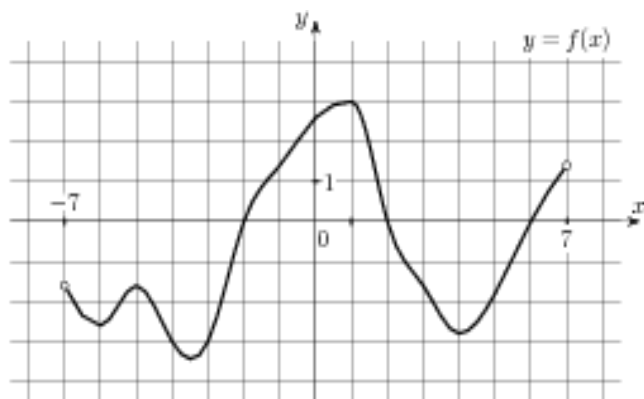
При выполнении заданий 4-7 запишите полученный ответ.

4. (1 балл) На рисунке (см. ниже) изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 7)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

5. (1 балл) Определите наименьшее и наибольшее значения функции.

6. (1 балл) При каких значениях x , $f(x) \geq 0$.

7. (1 балл) При каких значениях x , $f(x) \leq 0$.



При выполнении заданий 8-12 укажите ход решения и запишите полученный ответ.

8. (1 балл) Найдите значение $\cos \alpha$, если известно, что $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ и $\alpha \in I$ четверти.

9. (1 балл) Решить уравнение $2 \sin(x + \frac{\pi}{2}) = 1$.

10. (1 балл) Решите уравнение $\log_3(2 - 2x) = 2 \log_3 4$.

11. (1 балл) Строительной фирме нужно приобрести 79 кубометров пенобетона у одного из трех поставщиков. Сколько придётся заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой (в рублях)? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Стоимость пенобетона (руб. за 1 м ³)	Стоимость доставки (в руб.)	Дополнительные условия
А	2650	4400	-
Б	3200	5400	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2680	3400	При заказе более 80 м ³ доставка бесплатно

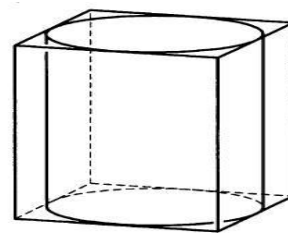
12. (1 балл) В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 6$, $\cos A = \frac{3}{5}$. Найдите высоту CH .

При выполнении заданий 13 - 18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 балл) Найдите значение выражения $3^{\sqrt{5}+10} \cdot 3^{-5-\sqrt{5}}$.

14. (1 балл) Найдите корень уравнения $x = \frac{7x-6}{x+2}$.

15. (1 балл) Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания цилиндра равен 2. Объем параллелепипеда равен 80. Найдите высоту цилиндра.



16. (1 балл) Тело движется по закону $S(t) = 2t^2 - t + 1$.

Определите, в какой момент времени скорость будет равна 7.

17. (1 балл) Решить уравнение $\sin^2 x - 6 \sin x = 0$.

18. (1 балл) Решите неравенство $\frac{1}{8^x} > 0,125$.

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19 - 22 запишите ход решения и полученный ответ.

19. (3 балла) Найдите наименьшее значение функции $y = 13x - 9 \sin x + 9$ на отрезке $[0; \frac{\pi}{2}]$.

20.(3 балла) Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3x + y = 3 \\ \log_3(5x + 4y) = \log_3(y + 5) \end{cases}.$$

21.(3 балла) Равнобоочная трапеция с основаниями 12 см и 18 см и высотой 4 см вращается около большего основания. Найдите объём тела вращения.

22.(3 балла) Найдите все решения уравнения $\cos 2x + \sin^2 x = \cos x$.
Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; \pi]$.

3 вариант

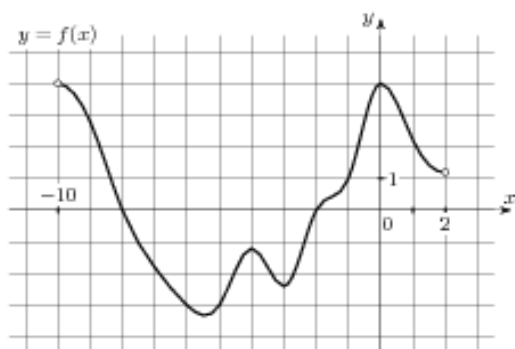
Обязательная часть

При выполнении заданий 1-3 запишите ход решения и полученный ответ.

- (1 балл) Найдите корень уравнения $2^{2x-20} = 16$.
- (1 балл) Найдите значение выражения $\frac{42}{2^{\log_2 3}}$.
- (1 балл) Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 750 рублей после понижения цены на 10%?

При выполнении заданий 4-7 запишите полученный ответ.

- (1 балл) На рисунке (см. ниже) изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-10; 2)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.
- (1 балл) Определите наименьшее и наибольшее значения функции.
- (1 балл) При каких значениях x , $f(x) \geq 0$.
- (1 балл) При каких значениях x , $f(x) \leq 0$.



При выполнении заданий 8-12 укажите ход решения и запишите полученный ответ.

- (1 балл) Найдите значение $\sin \alpha$, если известно, что $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ и $\alpha \in \text{II}$ четверти.
- (1 балл) Решить уравнение $\cos(x + \frac{\pi}{2}) = \cos \frac{\pi}{6}$.
- (1 балл) Решите уравнение $\log_5(5 - 5x) = \log_5 2 + 1$.

11. (1 балл) В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года)

Наименование продукта	Барнаул	Тверь	Псков
Пшеничный хлеб (батон)	12	11	11
Молоко (1 литр)	25	26	26
Картофель (1 кг)	16	9	14
Сыр (1 кг)	260	240	235
Говядина (1 кг)	300	280	280
Подсолнечное масло (1 литр)	50	38	62

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 3 кг картофеля, 1 кг сыра, 3 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

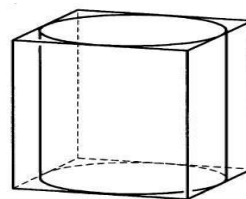
12. (1 балл) В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 10$, $\cos A = \frac{5}{13}$. Найдите высоту CH .

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 балл) Найдите значение выражения $4^{\sqrt{7}+2} \cdot 4^{2-\sqrt{7}}$.

14. (1 балл) Найдите корень уравнения $x = \frac{9x-3}{x+5}$.

15. (1 балл) Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 6. Найдите объем параллелепипеда.



16. (1 балл) Тело движется по прямой так, что расстояние S от начальной точки изменяется по закону $S = 5t - 0,5t^2$ (м), где t - время движения в секундах. Найдите скорость тела через 4 с после начала движения.

17. (1 балл) Решить уравнение $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$.

18. (1 балл) Решите неравенство $49^{x+1} \leq \left(\frac{1}{7}\right)^x$

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19 - 22 запишите ход решения и полученный ответ.

19. (3 балла) Найдите наименьшее значение функции $y = 2\cos x + 5x + 8$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

20. (3 балла) Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x + y = 15 \\ x - 3y = \log_2 16 \end{cases}$.

21. (3 балла) Равнобокая трапеция с основаниями 12 см и 24 см и высотой 8 см в первый раз вращается около меньшего основания, а во второй – около большего. Сравните объёмы тел вращения.

22. (3 балла) Найдите решение уравнения $\cos 2x - \sin x = \cos^2 x$.
Укажите корни, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$.

4 вариант

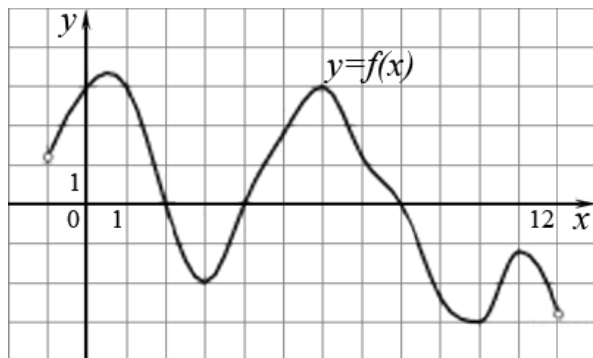
Обязательная часть

При выполнении заданий 1-3 запишите ход решения и полученный ответ.

1. (1 балл) Найдите корень уравнения $3^{5x-13} = 9$.
2. (1 балл) Найдите значение выражения $\frac{84}{5^{\log_5 7}}$.
3. (1 балл) Шариковая ручка стоит 20 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 500 рублей после повышения цены на 10%?

При выполнении заданий 4-7 запишите полученный ответ.

4. (1 балл) На рисунке (см. ниже) изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 12)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.
5. (1 балл) Определите наименьшее и наибольшее значения функции.
6. (1 балл) При каких значениях x , $f(x) \geq 0$.
7. (1 балл) При каких значениях x , $f(x) \leq 0$.



При выполнении заданий 8-12 укажите ход решения и запишите полученный ответ.

8. (1 балл) Найдите значение $\cos \alpha$, если известно, что $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ и $\alpha \in \Pi$ четверти.
9. (1 балл) Решить уравнение $\sin(x + \pi) = \cos(-\frac{\pi}{3})$.
10. (1 балл) Решите уравнение $\lg(x + 3) = 2\lg 5$.
11. (1 балл) В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года)

Наименование продукта	Белгород	Ярославль	Воронеж
Пшеничный хлеб (батон)	11	15	14
Молоко (1 литр)	23	26	20
Картофель (1 кг)	10	9	13
Сыр (1 кг)	205	240	270

Говядина (1 кг)	240	230	240
Подсолнечное масло (1 литр)	44	58	52

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 3 л молока, 1 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

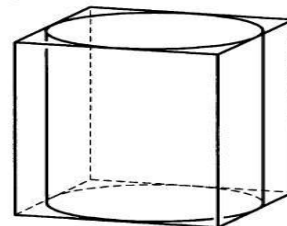
12. (1 балл) В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 32$, $\cos A = \frac{4}{5}$. Найдите высоту CH .

При выполнении заданий 13 - 18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 балл) Найдите значение выражения $6^{\sqrt{3}+1} \cdot 6^{2-\sqrt{3}}$.

14. (1 балл) Найдите корень уравнения $x = \frac{11x - 12}{x + 4}$.

15. (1 балл) Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда.



16. (1 балл) Тело движется по прямой так, что расстояние S от начальной точки изменяется по закону $S = t + 0,5t^2$ (м), где t - время движения в секундах. Найдите скорость тела через 4 с после начала движения.

17. (1 балл) Решить уравнение $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.

18. (1 балл) Решите неравенство $27^{1+2x} > \left(\frac{1}{9}\right)^{2+x}$.

Дополнительная часть

При выполнении заданий 19 - 22 запишите ход решения и полученный ответ.

19. (3 балла) Найдите наименьшее значение функции $y = 6\cos x + 11x + 7$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

20. (3 балла) Решите систему уравнений $\begin{cases} x + 4y = 16 \\ \log_7 y = \log_7 (4x + 4) \end{cases}$.

21. (3 балла) Равнобокая трапеция с основаниями 12 см и 28 см и высотой 6 см в первый раз вращается около меньшего основания, а во второй – около большего. Сравните площади поверхностей тел вращения.

22. (3 балла) Найдите все решения уравнения $\cos 2x + \sin^2 x + \cos x = 0$. Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; \pi]$.

Ответы к контрольной работе

	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
1	$x = -1$	$x = -3$	$x = 12$	$x = 3$
2	0,5	0,2	14	12
3	8 флаконов	23 тетради	20 тетрадей	22 тетради

4	4 точки	6 точек	5 точек	5 точек
5	$y_{\text{наиб}} = 4,5; y_{\text{наим}} = -3,3$	$y_{\text{наиб}} = 3; y_{\text{наим}} = -3,5$	$y_{\text{наиб}} = 4; y_{\text{наим}} = -3,2$	$y_{\text{наиб}} = 3,3; y_{\text{наим}} = -3$
6	$x \in (-6; -4] \cup [-2; 2] \cup [6; 8)$	$x \in [-2; 2] \cup [6; 7)$	$x \in (-10; -8] \cup [-2; 2)$	$x \in (-1; 2] \cup [4; 8]$
7	$x \in [-4; -2] \cup [2; 6]$	$x \in (-7; -2] \cup [2; 6]$	$x \in (-8; -2]$	$x \in [2; 4] \cup [8; 12)$
8	$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$	$\cos \alpha = \frac{5}{3}$	$\sin \alpha = 0,8$	$\cos \alpha = -\frac{12}{13}$
9	$x = \pm \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \pm \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} - \pi + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
10	0,2	-7	-1	22
11	184900 тыс. руб.	213750 тыс. руб.	381 руб.	352 руб.
12	6	4	12	12
13	256	243	256	216
14	4 и - 9	3 и 2	3 и 1	4 и 3
15	1	5	864	4
16	4 секунды	2 секунды	1 м/с	5 м/с
17	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = 0 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n;$ $x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = 0 + 2\pi n;$ $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
18	$x \leq 2$	$x < 1$	$x \leq 3$	$x > -\frac{7}{8}$
19	21	9	10	13
20	$x = 1; y = 2$	$x = 1; y = 0$	$x = 7; y = 1$	$x = 0; y = 4$
21	$138\pi \text{ см}^2$	$224\pi \text{ см}^3$	на $256\pi \text{ см}^3$	на $192\pi \text{ см}^2$
22	$0; \frac{\pi}{2}; \pi; 2\pi$	$\pm \frac{\pi}{2}; 0$	$0; \pi; \frac{3\pi}{2}$	$\pm \frac{\pi}{2}; \pm \pi$

3. Критерии оценивания

Требования к выполнению заданий экзаменационной работы:

- ✓ из представленного решения понятен ход рассуждений обучающегося;
- ✓ ход решения был математически грамотным;
- ✓ представленный ответ был правильным;
- ✓ метод и форма описания решения задачи могут быть произвольными;
- ✓ выполнение каждого из заданий оценивается в баллах.

За правильное выполнение любого задания из **обязательной части** обучающийся получает один балл. При выполнении задания из обязательной части, где необходимо привести краткое решение, за неполное решение задания (вычислительная ошибка, описка) можно выставить 0,5 балла. Если обучающийся приводит неверное решение, неверный ответ или не приводит никакого ответа, он получает 0 баллов.

При выполнении любого задания **дополнительной части** используются следующие критерии оценки заданий:

Баллы	Критерии оценки выполненного задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно и получен

	правильный ответ.
2	Приведено верное решение, но допущена вычислительная ошибка или описка, при этом может быть получен неверный ответ
1	Решение начато логически верно, но допущена ошибка, либо решение не доведено до конца, при этом ответ неверный или отсутствует.
0	Неверное решение, неверный ответ или отсутствие решения.

Задания	Баллы	Примечание
1 - 18	18	Каждый правильный ответ 1 балл
19 - 22	12	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **30 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки	
	<i>экономический профиль</i>	<i>технический профиль</i>
«3» (удовлетворительно)	9–14	9–16
«4» (хорошо)	15–21 (не менее одного задания из дополнительной части)	17–21
«5» (отлично)	более 21 (не менее двух заданий из дополнительной части)	более 21

Критерии ошибок

К грубым ошибкам относятся ошибки, которые обнаруживают незнание обучающимися формул, правил, основных свойств, теорем и неумение их применять; незнание приемов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки, если они не являются опиской;

К негрубым ошибкам относятся: потеря корня или сохранение в ответе постороннего корня, отбрасывание без объяснений одного из них.

К недочетам относятся: нерациональное решение, описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка устных ответов

Ответ оценивается *отметкой «5»*, если обучающийся:

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником,
- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;

- правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;
- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;
- продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость используемых при отработке умений и навыков;
- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов преподавателя. Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые обучающийся легко исправил по замечанию преподавателя.

Ответ оценивается **отметкой «4»**, если он удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа;
- допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя;
- допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию преподавателя.

Отметка «3» ставится в следующих случаях:

- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала (определенные «Требованиями к математической подготовке обучающихся»);
- имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов преподавателя;
- обучающийся не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;
- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

Отметка «2» ставится в следующих случаях:

- не раскрыто основное содержание учебного материала;
- обнаружено незнание или непонимание обучающимся большей или наиболее важной части учебного материала;
- допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов преподавателя.

Отметка «1» ставится, если:

- обучающийся обнаружил полное незнание и непонимание изучаемого учебного материала или не смог ответить ни на один из поставленных вопросов по изучаемому материалу.

Основная литература

1. Гусак, А. А. Математика : пособие-репетитор / А. А. Гусак, Г. М. Гусак, Е. А. Бричикова. — 2-е изд. — Минск : Тетралит, 2018. — 720 с. — ISBN 978-985-708-1-97-4. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROФобразование : [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/88821>
2. Карбачинская, Н. Б. Математика : практикум для среднего профессионального образования / Н. Б. Карбачинская, Е. Е. Харитоновна. — Москва : Российский государственный университет правосудия, 2019. — 114 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROФобразование : [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/94184>
3. Математика. Сборник задач по углубленному курсу : учебно-методическое пособие / Б. А. Будаков, Н. Д. Золотарёва, Ю. А. Попов [и др.] ; под редакцией М. В. Федотова. — 5-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 327 с. — ISBN 978-5-00101-707-3. — Текст : электронный // Электронный ресурс цифровой образовательной среды СПО PROФобразование : [сайт]. — URL: <https://profspo.ru/books/98524>
4. Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. — М., 2021
5. Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Сборник задач профильной направленности: учеб. Пособие для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. — М., 2021

Дополнительная литература

1. Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. — М., 2017
2. Башмаков М.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: Сборник задач профильной направленности: учеб. Пособие для студентов профессиональных образовательных организаций, осваивающих профессии и специальности СПО. — М., 2017
3. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни/ [Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева и др.]. — 9-е изд.— М.: Просвещение, 2021. — 463 с.: ил.
4. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия .10-11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни/ [Л.С. Анатасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.]. — 9-е изд.— М.: Просвещение, 2021. — 287 с.:ил.

Интернет-ресурсы

<http://www.iprbookshop.ru/> - Электронно-библиотечная система IPRbooks
<http://www.consultant.ru/> - Справочно-правовая система КонсультантПлюс
<http://www.elibrary.ru/> - Национальная электронная библиотека
<http://www.edu.ru/> - Федеральный Интернет-портал «Российское образование»

