



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ**  
**ФГБОУ ВО «Брянский государственный технический университет»**  
**(БГТУ)**

Политехнический колледж (ПК БГТУ)

УТВЕРЖДАЮ

Директор ПК БГТУ

В.М. Малащенко

« 30 » 08 2019 г.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ**

по изучению учебной дисциплины

**ЕН.01 Математика**

Специальность:	<b>15.02.14 Оснащение средствами автоматизации технологических процессов и производств (по отраслям)</b>
Уровень образования выпускника:	среднее профессиональное образование (СПО)
Присваиваемая квалификация:	техник
Форма обучения:	очная
Срок получения СПО по ППССЗ:	2 года 10 месяцев
Уровень образования, необходимый для приема на обучение по ППССЗ:	среднее общее образование

Брянск 2019

**Методические рекомендации**  
по изучению учебной дисциплины  
ЕН.01 Математика для специальности 15.02.14 Оснащение средствами  
автоматизации технологических процессов и производств (по отраслям)  
(далее — МР)

Разработал(и):

– преподаватель ПК БГТУ



И.П.Парфенова

Рассмотрены и одобрены на заседании предметно-цикловой комиссии «Математические и общие естественнонаучные дисциплины» (далее — «МОЕД») ПК БГТУ (далее — ПЦК)

от « 29 » 08 2019 г., протокол № 1

Председатель ПЦК



Л.А.Лазарева

Согласовано:

Заместитель директора ПК БГТУ  
по учебно-методической работе



Т.Е.Балашова

© Парфёнова И.П.

© ФГБОУ ВО «Брянский государственный  
технический университет»

## СОДЕРЖАНИЕ

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ.....	2
ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ВНЕАУДИТОРНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ...	3
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.....	4
ВВЕДЕНИЕ.....	5
ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	6
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	16
ЛИТЕРАТУРА.....	23

## ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Методические указания по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине Математика ставят своей целью оказать помощь студентам второго курса в организации самостоятельной работы по овладению системой знаний, умений, навыков в объеме действующей программы.

Объем самостоятельной работы студентов определяется государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования (ФГОС СПО).

Выполнение внеаудиторной самостоятельной работы является обязательной для каждого студента, её объём в часах определяется действующим рабочим учебным планом Цивильского аграрно-технологического техникума.

Самостоятельная внеаудиторная работа по математике проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- развития познавательных способностей и активности студентов, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия. По математике используются следующие виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы:

- для овладения знаниями: чтение текста (учебника, дополнительной литературы), работа со словарями и справочниками, учебно-исследовательская работа, использование аудио- и видеозаписей, компьютерной техники и Интернета;
- для закрепления и систематизации знаний: повторная работа над учебным материалом (учебника, дополнительной литературы, аудио- и видеозаписей), составление плана и алгоритма решения, составление таблиц для систематизации учебного материала, ответы на контрольные вопросы, решение задач и упражнений, подготовка сообщений к выступлению на уроке, конференции, подготовка сообщений, докладов, рефератов, тематических кроссвордов.

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

№ п/п	Тема	Содержание самостоятельной работы	Кол-во часов	Формы и методы контроля результатов
1	2	3	4	5
1.	Комплексные числа	Творческая работа «История возникновения комплексных чисел»	3	Творческая работа (презента- ция, реферат, доклад, фильм)
2.	Дифференциальное исчисление	Решение вариативных задач и упражнений	2	Письменное решение упражнений и задач
3	Интегральное исчисление.	Решение вариативных упражнений и задач	4	Письменное решение упражнений и задач
4	Обыкновенные дифферен- циальные уравнения	Решение вариативных упражнений и задач	5	Письменное решение упражнений и задач
5	Множества и отношения	Реферат «Леонард Эйлер»	1	Реферат
6	Общие правила комбинаторики. Основные понятия комбинаторики	Решение вариативных задач и упражнений.	1	Письменное решение упражнений и задач
7	Элементы теории вероятностей и математической статистики	Решение вариативных упражнений и задач	4	Письменное решение упражнений и задач
<b>Итого:</b>			20	

Перед выполнением внеаудиторной самостоятельной работы студент должен внимательно выслушать инструктаж преподавателя по выполнению задания, который включает определение цели задания, его содержание, сроки выполнения, ориентировочный объем работы, основные требования к результатам работы, критерии оценки. В процессе инструктажа преподаватель предупреждает студентов о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания. В пособии представлены как индивидуальные, так и групповые задания в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности. В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов используются аудиторные занятия, зачеты, тестирование, самоотчеты.

В методических указаниях приведены задания самостоятельной работы; вопросы для самоконтроля.

### **РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Богомолов, Н.В. Математика: учеб. для ссузов/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко - Москва: Дрофа, 2009. - 395 с.
2. Богомолов Н. В. Практические занятия по математике: Учеб. пособие для средних проф. учеб. заведений/ Н. В. Богомолов – М.:Высш. шк., 2009. – 495с.

### **Дополнительная литература**

3. Башмаков М.И. Математика. Задачник: учебное пособие для образоват. учреждений нач. и сред. проф. образования/М.И. Башмаков. –М.: Издательский центр «Академия», 2013. -416с.
4. Башмаков М.И. Математика: учебник для учреждений нач. и сред. проф. образования/М.И. Башмаков. –М.: Издательский центр «Академия», 2013. -256с.

### **ИНТЕРНЕТ – РЕСУРСЫ:**

1. <http://mathem.hl.ru> – справочник по математике
2. <http://www.exponenta.ru> – образовательный математический сайт
3. <http://methmath.chat.ru> – методика преподавания математики
4. <http://www.neive.by.ru> – геометрический портал
5. <http://www.festival.1september.ru> – фестиваль педагогических идей «Открытый урок»
6. <http://college.ru/mathematics> - математика на портале «Открытый колледж»

## УЧЕБНОЕ ЗАДАНИЕ

### ВВЕДЕНИЕ

Слово «Математика» происходит от греческого слова «матема», что означает знание. Возникла математика на первых этапах создания человеческой культуры. За свою историю математика, которая развивалась в тесной связи с развитием производственной деятельности людей и общечеловеческой культуры, превратилась в стройную дедуктивную науку.

Учебная дисциплина «Математика» является естественнонаучной, формирующей базовые знания для освоения общепрофессиональных и специальных дисциплин. Изучение математики для современного специалиста способствует формированию современного научного мышления, обогащению культуры труда и приобщению к вычислительной технике, техническим средствам, без использования которых труд специалиста немыслим в наши дни.

В ходе изучения дисциплины студент должен иметь представление: о роли математики при изучении общепрофессиональных и специальных дисциплин и в профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь**:

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен **знать**:

- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении профессиональной образовательной программы;

- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;

- основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;

- основы интегрального и дифференциального исчисления.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен **формировать**:

1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.

8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития,

заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

10. Исполнять воинскую обязанность, в том числе с применением полученных профессиональных знаний (для юношей).

1.1. Выполнять регулировку узлов, систем и механизмов двигателя и приборов электрооборудования.

ПК 1.2. Подготавливать почвообрабатывающие машины.

1.3. Подготавливать посевные, посадочные машины и машины для ухода за посевами.

1.4. Подготавливать уборочные машины.

1.5. Подготавливать машины и оборудование для обслуживания животноводческих ферм, комплексов и птицефабрик.

1.6. Подготавливать рабочее и вспомогательное оборудование тракторов и автомобилей.

2.1. Определять рациональный состав агрегатов и их эксплуатационные показатели.

2.2. Комплектовать машинно-тракторный агрегат.

2.3. Проводить работы на машинно-тракторном агрегате.

2.4. Выполнять механизированные сельскохозяйственные работы.

3.1. Выполнять техническое обслуживание сельскохозяйственных машин и механизмов.

3.2. Проводить диагностирование неисправностей сельскохозяйственных машин и механизмов.

3.3. Осуществлять технологический процесс ремонта отдельных деталей и узлов машин и механизмов.

3.4. Обеспечивать режимы консервации и хранения сельскохозяйственной техники.

4.1. Участвовать в планировании основных показателей машинно-тракторного парка сельскохозяйственного предприятия.

4.2. Планировать выполнение работ исполнителями.

4.3. Организовывать работу трудового коллектива.

4.4. Контролировать ход и оценивать результаты выполнения работ исполнителями.

4.5. Вести утвержденную учетно-отчетную документацию.

## **ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

### **Самостоятельная работа № 1**

*Тема:* История возникновения комплексных чисел.

*Цели:* - углубить и обобщить знания в области комплексных чисел;

- формирование ОК 2.- ОК 5, ОК 8.

- воспитание целеустремленности, настойчивости, аккуратности.

*Задание:* Выполнить творческую работу «История возникновения комплексных чисел» в одном из предложенных форм (презентация, доклад, реферат, фильм).

На выполнение задания отводится 2 часа. Источниками могут служить интернет-ресурсы, учебная литература техникума. Смотри методические указания выполнения различных видов самостоятельных работ.

*Форма контроля:* представление на занятии в аудитории.



- Вопросы для самоконтроля:* 1. В каком веке возникло понятие о комплексных числах?  
 2. Какие три формы комплексного числа вы знаете?  
 3. Где применяются комплексные числа?

**Пример:** Презентация

	...

## Самостоятельная работа № 2

*Тема:* Дифференциальное исчисление

*Цели:* - повторить дифференциальное исчисление;

- развитие логического мышления;
- воспитание аккуратности, настойчивости.
- формировать ПК;

*Задание:* 1. Найти производную функции:

а)  $y = 3(x^5 + 7x^3 + 1)^4$ ; б)  $f(x) = \frac{3x^3}{(4x - 2)^3}$  в)  $f(x) = \sin 3(4x^2 + 3x - 8)$ ;

2. Движение трактора описывается формулой  $S(t) = 2t^2 - 5t + 1$ . Найдите скорость и ускорение в момент времени  $t = 2$ с.

На выполнение задания отводится 2 часа.

*Форма контроля:* проверка решения в рабочей тетради.

Обозначения: С- постоянная, х-аргумент, u, v, w – функции от х, имеющие производные.

Основные правила дифференцирования

1.  $(u + v - w)' = u' + v' - w'$
2.  $(u \cdot v)' = u'v + uv'$
3.  $(cv)' = c \cdot v'$
4.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

**Примеры:**

1.  $Y' = (3^x - 2x^5 + e^2)' = (3^x)' - 2 \cdot (x^5)' + (e^2)' = 3^x \ln 3 - 10x^4$

2.  $Y' = (2^x \cdot x^3)' = (2^x)' \cdot (x^3) + (2^x) \cdot (x^3)' = 2^x \ln 2 \cdot x^3 + 2^x \cdot 3x^2$

3.  $Y' = \left(\frac{x^2}{2 - x^2}\right)' = \frac{2x(2 - x^2) - x^2 \cdot (-x)}{2 - x^2^2}$

### Самостоятельная работа № 3

Тема: Интегральное исчисление

Цели: - повторить интегральное исчисление;

- развитие логического мышления;

- воспитание аккуратности, настойчивости.

- закрепление навыков использования графического метода решения уравнений и неравенств;

- закрепление навыков изображения на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными.

Задание: **Вычислите площадь фигур, ограниченных указанными линиями (по вариантам):** 1)  $y = 3x - 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = 2$ ,  $x = 4$

2)  $x - 2y + 4 = 0$ ,  $x + y - 5 = 0$ ,  $y = 0$

3)  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 3$

4)  $y = 9 - x^2$ ,  $y = 0$

5)  $y = 4x - x^2$ ,  $y = 0$

6)  $y = x^2 - 2x + 3$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 3$

7)  $y = x^2$ ,  $5x - y - 6 = 0$

8)  $y = x^2$ ,  $x = y^2$

9)  $y = \frac{1}{4}x^2$ ,  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$

10)  $y = -x^2 + 6$ ,  $y = 2x + 3$

На выполнение задания отводится 2 часа.

Форма контроля: проверка решения в рабочей тетради.

Контрольные вопросы:

1. Как записывается формула Ньютона-Лейбница;

2. Какое действие обратное интегрированию?

3. Какие существуют три способа нахождения неопределенного интеграла?

**Пример:**

#### 1. Первообразная функция и неопределенный интеграл

Пусть  $y = F(x)$  имеет производную  $y' = f(x)$ , тогда ее дифференциал

$$dy = f(x) dx$$

Функция  $F(x)$  по отношению к ее дифференциалу  $f(x) dx$  называется **первообразной**.

**Определение:** Функция  $F(x)$  называется **первообразной** для функции  $f(x)$  на заданном промежутке, если для всех  $x$  из этого промежутка  $F'(x) = f(x)$ . Дифференциалу функции соответствует не единственная первообразная, а множество их, причем они отличаются друг от друга постоянным слагаемым.

Пусть  $F(x)$  - первообразная для дифференциала  $f(x) dx$ .

Тогда:

$$(F(x) + C)' = F'(x) + C' = f(x) + 0 = f(x), \text{ где } C - \text{ постоянная.}$$

**Определение:** совокупность всех первообразных функций  $F(x) + C$  для дифференциала  $f(x) dx$  называется **неопределенным интегралом** и обозначается  $\int f(x) dx$ .

$$\int f(x) dx = F(x) + C, \text{ где } f(x) dx - \text{ подынтегральное выражение.}$$

$C$  - постоянная интегрирования. Процесс нахождения первообразной называется **интегрированием**.

$$\int_a^b f(x) dx$$

**Определенный интеграл.** Определенный интеграл от неотрицательной функции  $y = f(x)$  с геометрической точки зрения равен площади криволинейной трапеции, ограниченной сверху графиком функции  $y = f(x)$ , слева и справа – отрезками прямых  $x=a$ ,  $x=b$ , снизу отрезком  $[a; b]$  Ох

### Формулы интегрирования

Справедливость каждой формулы проверяется дифференцированием.

- |  |  |
|--|--|
| 1. $\int dx = x + c$                                       | 11. $\int \operatorname{tg} x dx = -\ln  \cos x  + c$  |
| 2. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$      | 12. $\int \operatorname{ctg} x dx = \ln  \sin x  + c$  |
| 3. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + c$              | 13. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + c$   |
| 4. $\int \frac{dx}{x} = \ln  x  + c$                       | 14. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + c$   |
| 5. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$                   | 15. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + c$   |
| 6. $\int e^x dx = e^x + c$                                 | 16. $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$                             |
| 7. $\int \sin x dx = -\cos x + c$                          | 17. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left  x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right  + c$                           |
| 8. $\int \cos x dx = \sin x + c$                           | 18. $\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \cdot \ln \left  \frac{x-a}{x+a} \right  + c$                          |
| 9. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + c$    | 19. $\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left  \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right  + c$                                |
| 10. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + c$ | 20. $\int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left  \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right  + c$ |

**Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^3$ ;  $y = 1$ ;  $x = 2$ .**

**Решение.**

Заданные линии образуют фигуру ABC, которая показана штриховкой на **рис. 2**.

Искомая площадь равна разности между площадями криволинейной трапеции DACE и квадрата DABE.

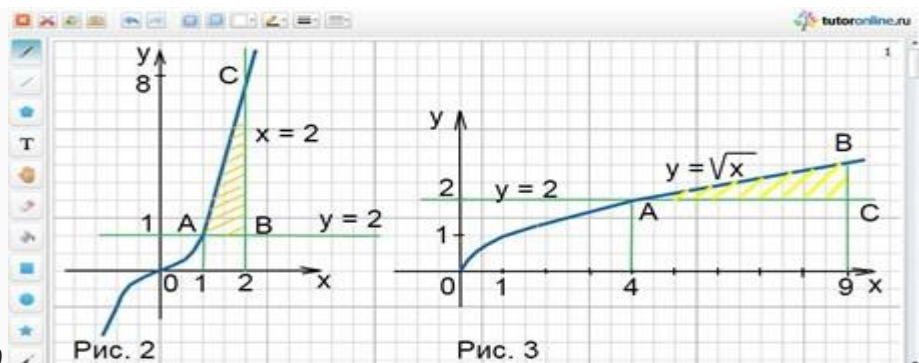
Используя формулу  $S = \int_a^b f(x) dx = S(b) - S(a)$ , найдем пределы интегрирования. Для этого решим систему двух уравнений:

$$\begin{cases} y = x^3, \\ y = 1. \end{cases}$$

$$y = 1.$$

Таким образом, имеем  $x_1 = 1$  – нижний предел и  $x = 2$  – верхний предел.

Итак,  $S = S_{DACE} - S_{DABE} = \int_1^2 x^3 dx - 1 = \frac{x^4}{4} \Big|_1^2 - 1 = (16 - 1)/4 - 1 = 11/4$  (кв. ед.).



**Ответ: 11/4 кв. ед.**

## Самостоятельная работа № 4

*Тема: Обыкновенные дифференциальные уравнения*

*Цели:* - приобретение базовых знаний в области фундаментального раздела математики – линейной алгебры;

- развитие логического мышления;
- воспитание аккуратности, настойчивости.

*Задание:* Найти частное решение дифференциального уравнения (по вариантам)

1)  $(1+y)dx=(1-x)dy$ ;  $y=3$  при  $x=-2$ .

2)  $(2+y)dx=(3-x)dy$ ;  $y=1$  при  $x=-1$ .

3)  $(3+y)dx=(1-x)dy$ ;  $y=2$  при  $x=4$ .

4)  $y'=2x$ ,  $y=4$  при  $x=5$ .

5)  $2y'=x$ ,  $y=2$  при  $x=-2$ .

*Форма контроля:* проверка решения в рабочей тетради.

Время на выполнение задания 5 часов.

Вопросы для самоконтроля: 1. Какие уравнения называются дифференциальными?

2. Какие уравнения называются дифференциальными переменными с разделяющимися переменными?

### Пример:

**Дифференциальное уравнение первого порядка** в общем случае содержит:

- 1) независимую переменную  $x$ ;
- 2) зависимую переменную  $y$  (функцию);
- 3) первую производную функции:  $y'$ .

В некоторых уравнениях 1-го порядка может отсутствовать «икс» или (и) «игрек», но это не существенно – **важно** чтобы в ДУ **была** первая производная  $y'$ , и **не было** производных высших порядков –  $y''$ ,  $y'''$  и т.д.

**Что значит решить дифференциальное уравнение?** Решить дифференциальное уравнение – это значит, найти **множество всех функций**, которые удовлетворяют данному уравнению. Такое множество функций часто имеет вид  $y = f(x, C)$  ( $C$  – произвольная постоянная), который называется **общим решением дифференциального уравнения**.

Найти частное решение дифференциального уравнения  $y' = -2y$ , удовлетворяющее начальному условию  $y(0) = 2$

**Решение:** по условию требуется найти **частное решение** ДУ, удовлетворяющее заданному начальному условию. Такая постановка вопроса также называется *задачей Коши*.

Сначала находим общее решение. В уравнении нет переменной «икс», но это не должно смущать, главное, в нём есть первая производная.

Перепишем производную в нужном виде:

$$\frac{dy}{dx} = -2y$$

Очевидно, что переменные можно разделить, мальчики – налево, девочки – направо:

$$\frac{dy}{y} = -2dx$$

Интегрируем уравнение:

$$\int \frac{dy}{y} = -2 \int dx$$

$$\ln |y| = -2x + C^*$$

Общий интеграл получен. Здесь константу я нарисовал с надстрочной звездочкой, дело в том, что очень скоро она превратится в другую константу.

Теперь пробуем общий интеграл преобразовать в общее решение (выразить «игрек» в явном виде). Вспоминаем старое, доброе, школьное:  $\ln a = b \Rightarrow a = e^b$ . В данном случае:

$$y = e^{-2x+C^*}$$

Константа в показателе смотрится как-то некошерно, поэтому её обычно спускают с небес на землю. Если подробно, то происходит это так. Используя свойство степеней, перепишем функцию следующим образом:

$$y = e^{C^*} \cdot e^{-2x}$$

Если  $C^*$  – это константа, то  $e^{C^*}$  – тоже некоторая константа, переобозначим её буквой  $C$ :

$$y = Ce^{-2x}$$

Запомните «снос» константы – это **второй технический приём**, который часто используют в ходе решения дифференциальных уравнений.

Итак, общее решение:  $y = Ce^{-2x}$ , где  $C = const$ . Такое вот симпатичное семейство экспоненциальных функций.

На завершающем этапе нужно найти частное решение, удовлетворяющее заданному начальному условию  $y(0) = 2$ . Это тоже просто.

В чём состоит задача? Необходимо подобрать **такое** значение константы  $C$ , чтобы выполнялось условие  $y(0) = 2$ .

Оформить можно по-разному, но понятнее всего, пожалуй, будет так. В общее решение вместо «икса» подставляем ноль, а вместо «играка» двойку:

$$2 = Ce^{-2 \cdot 0}$$

$$2 = Ce^0$$

$$2 = C \cdot 1$$

$$\text{То есть, } C = 2$$

Стандартная версия оформления:

$$y(0) = Ce^{-2 \cdot 0} = Ce^0 = C = 2$$

Теперь в общее решение  $y = Ce^{-2x}$  подставляем найденное значение константы  $C = 2$ :

$$y = 2e^{-2x} \text{ – это и есть нужное нам частное решение.}$$

**Ответ:** частное решение:  $y = 2e^{-2x}$

## Самостоятельная работа № 5

*Тема: Множества и отношения*

*Цель:* - познакомиться с историей создания теории множеств;

- углубить понятие теории множеств;

- развивать логическое мышление.

*Задание:* Написать реферат «Леонард Эйлер»

На выполнение задания отводится 1 час. Возможно использование источников сети Интернет. Объем не более 6 страниц.

*Форма контроля:* проверка реферата.

Вопросы самоконтроля: 1. Что представляет собой диаграмма Эйлера-Венна;  
2. Перечислите действия над множествами.

### Самостоятельная работа №6

*Тема: Общие правила комбинаторики. Основные понятия комбинаторики.*

*Цель:* - закрепление навыков решения комбинаторных задач;;

- развитие логического мышления;
- развитие ОК 10., ПК;
- воспитание аккуратности, настойчивости.

*Задание:* 1) Решить задачу: В роте 100 солдат. Требуется назначить командира роты, заместителя командира роты и караульного. Сколькими способами это можно сделать?

На выполнение задания отводится 1 час.

*Форма контроля:* проверка решения в рабочей тетради.

Вопросы самоконтроля: 1) Что такое комбинаторика?

2) Какие задачи называют комбинаторными?

3) Из каких элементов состоит комбинаторика?

**Пример:** Комбинаторика изучает количества комбинаций, подчиненных определенным условиям, которые можно составить из элементов, безразлично какой природы, заданного конечного множества. При непосредственном вычислении вероятностей часто используют формулы комбинаторики. Приведем наиболее употребительные из них.

*Перестановками* называют комбинации, состоящие из одних и тех же  $n$  различных элементов и отличающиеся только порядком их расположения. Число всех возможных перестановок

$$P_n = n!,$$

где  $n! = 1 * 2 * 3 \dots n$ .

Заметим, что удобно рассматривать  $0!$ , полагая, по определению,  $0! = 1$ .

*Размещениями* называют комбинации, составленные из  $n$  различных элементов по  $m$  элементов, которые отличаются либо составом элементов, либо их порядком. Число всех возможных размещений

$$A_n^m = n(n-1)(n-2) \dots (n-m+1).$$

*Сочетаниями* называют комбинации, составленные из  $n$  различных элементов по  $m$  элементов, которые отличаются хотя бы одним элементом. Число сочетаний

$$C_n^m = n! / (m!(n-m)!).$$

**Задача.** В механизированном звене 12 человек. Требуется выбрать звеньевых, механика, заправщика. Сколькими способами это можно сделать?

Решение: сначала выбирают звеньевых, затем механика, и наконец, заправщика. Каждый может быть выбран звеньевым, поэтому существует 12 возможностей, для выбора механика остаётся 11 возможностей, а выбор заправщика уже 10 способов. Следовательно, всего получается  $12 \times 11 \times 10 = 1320$  способов, что бы выбрать трёх работников из 12 т.е.  $A_{12}^3 = 12 \times 11 \times 10 = 1320$ ;

$$2) C_{10}^5 = (10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6) / (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5) = 252$$

### Самостоятельная работа № 7

*Тема: Элементы теории вероятностей и математической статистики*

*Цели:* - закрепление навыков решения вероятностных и статистических задач;

- развитие логического мышления;
- формирование ПК;
- воспитание аккуратности, настойчивости.

*Задание:* 1) Решить задачу: С целью изучения срока эксплуатации механизированной техники проведена 25%-ная механическая выборка, в результате которой получено следующие данные:

Срок эксплуатации (лет)	Кол-во единиц техники
до 1	10
1 -3	24
3-5	30
5-7	30
7-10	4
свыше 10	2
<b>Итого:</b>	100

На основе этих данных вычислите:

- 1) средний срок эксплуатации;
- 2) средний квадрат отклонений (дисперсию), среднее квадратическое отклонение;

На выполнение задания отводится 4 часа.

*Форма контроля:* проверка решения в рабочей тетради.

*Вопросы самоконтроля:* 1) Что такое вероятность?

2) Какие задачи называются статистическими?

2) Какие формулы используются для вычисления математического ожидания, дисперсии и среднеквадратичного отклонения?

**Пример:**

Математическая статистика - наука о математических методах систематизации и использования статистических данных для научных и практических выводов. Во многих своих разделах математическая статистика опирается на теорию вероятностей, позволяющую оценить надежность и точность выводов, делаемых на основании ограниченного статистического материала (напр., оценить необходимый объем выборки для получения результатов требуемой точности при выборочном обследовании).

Пространством элементарных событий называется множество исходов некоторого эксперимента.

Элементарным событием называется любой элемент пространства элементарных событий.

Событием называется любое подмножество пространства элементарных событий.

Генеральной совокупностью называется достаточно большое, быть может, бесконечное подмножество элементарных событий.

Случайной величиной называют функцию от элементарного события.

Экспериментом называется функция, принимающая значение на пространстве элементарных событий.

Статистическая модель называется совокупность законов, которым подчиняется процедура эксперимента.

Случайной выборкой<sup>1</sup> или просто выборкой<sup>1</sup> объема  $n$  называется набор некоторого числа элементов генеральной совокупности, наблюдаемых при серии из  $n$  одинаковых экспериментов

Выборкой<sup>2</sup> объема  $n$  называется набор  $1, \dots, n$  случайных величин, определенных на натуральных числах  $1, \dots, n$ ,  $k$ -я с.в. принимает значение исхода  $k$ -го эксперимента на числе  $i$ , при условии, что все эксперименты одинаковы.

Все указанные типы средних величин можно получить из формул степенной средней. Если имеются варианты  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , то среднюю из вариантов можно рассчитать по формуле простой невзвешенной степенной средней порядка  $z$ :

$$\bar{x} = \sqrt[z]{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^z}.$$

**Средний квадрат отклонения**, или **дисперсия** (обозначается  $D$ ) наиболее часто применяется как мера колеблемости признака. Дисперсии невзвешенную и взвешенную вычисляют по формулам

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2; \quad D = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 m_i}{\sum_{i=1}^n m_i}.$$

Таким образом, дисперсия есть средняя арифметическая из квадратов отклонений вариантов от их средней арифметической.

Квадратный корень из дисперсии  $\sqrt{D}$  называется **среднеквадратическим отклонением**.

**Задача:** В целях изучения стажа работников мехпарка проведена 36%-ная механическая выборка, в результате которой получено следующее распределение рабочих по стажу работы:

Стаж, число лет	Число рабочих, чел.
до 5	12
5 -10	18
10 -15	24
15 -20	32
20 -25	6
свыше 25	8
<b>Итого:</b>	100

На основе этих данных вычислите:

- 1) средний стаж рабочих мехпарка;
- 2) средний квадрат отклонений (дисперсию), среднее квадратическое отклонение.

**Решение:**

- 1) Для вычисления среднего стажа просуммируем произведения середин интервалов и соответствующих частот, и полученную сумму разделим на сумму частот.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{2.5 \cdot 12 + 7.5 \cdot 18 + 12.5 \cdot 24 + 17.5 \cdot 32 + 22.5 \cdot 6 + 27.5 \cdot 8}{100} = 13.8 \text{ лет}$$

- 2) Вычислим дисперсию, среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{(2.5 - 13.8)^2 \cdot 12 + (7.5 - 13.8)^2 \cdot 18 + (12.5 - 13.8)^2 \cdot 24 + (17.5 - 13.8)^2 \cdot 32 + (22.5 - 13.8)^2 \cdot 6 + (27.5 - 13.8)^2 \cdot 8}{100} = 46.81$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{46.81} = 6.842 \text{ лет.}$$



### **Критерии оценивания:**

Оценка «5» ставится при сданной в срок работе, все задания выполнены верно, работа оформлена подробно и аккуратно;

Оценка «4» ставится при в основном верно выполненных заданиях, имеются небольшие погрешности вычислительного характера, работа оформлена подробно и аккуратно;

Оценка «3» ставится при наличии не критических ошибок, выполнена не до конца или не полностью, работа может быть сдана не в срок;

Оценка «2» ставится, если самостоятельная работа выполнена неверно.

