



---

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ**  
**ФГБОУ ВО «Брянский государственный технический университет»**  
**(БГТУ)**

---

Политехнический колледж (ПК БГТУ)

УТВЕРЖДАЮ

Ректор ФГБОУ ВО БГТУ

О.Н. Федонин

«30» апреля 2021 г.

**Методические рекомендации**  
**по выполнению практических занятий и домашней**  
**контрольной работы**  
**по учебной дисциплине**  
**ОП.03. Техническая механика**

Специальность:	<b>15.02.08 Технология машиностроения</b>
Уровень образования выпускника:	среднее профессиональное образование (СПО)
Программа подготовки специалиста среднего звена (ППССЗ):	базовая
Присваиваемая квалификация:	Техник
Форма обучения:	заочная
Срок получения СПО по ППССЗ:	3 года 10 месяцев
Уровень образования, необходимый для приема на обучение по ППССЗ:	основное общее образование
Год приема на обучение на 1-й курс:	2021

Брянск 2021

**Методические рекомендации по выполнению домашней  
контрольной работы**  
учебной дисциплины **ОП. 03. Техническая механика**  
(далее — РП) для специальности **15.02. Технология машиностроения**

Разработал

– преподаватель ПК БГТУ

В. А. Сиротина

РП рассмотрена и одобрена на заседании  
предметно-цикловой комиссии «Технология  
машиностроения ПК БГТУ (далее — ПЦК)

от «\_29\_» \_\_\_\_04\_\_ 2021\_\_ г., протокол №9

Председатель ПЦК

Л. М. Курашова

Согласовано:

Заместитель директора ПК БГТУ  
по учебно-методической работе

Т.Е. Балашова

© В. А. Сиротина

© ФГБОУ ВО «Брянский государственный  
технический университет»

## Содержание

Введение.....	4
1.Методические указания по изучению учебного материала по темам и вопросы для самоконтроля.....	7
2.Методические указания к выполнению и задания контрольной работы.....	19
2. 1. Условие равновесия плоской системы сходящихся сил.....	19
2.2 Определение реакции опор балочной системы.....	25
2,3 Растяжение и сжатие: расчеты бруса на прочность и жесткость.....	30
2,4 Кручение: расчёты на прочность и жесткость.....	36
2,5 Изгиб: расчёты на прочность. Выбор рациональных сечений.....	40
3.Вопросы к экзамену.....	48
Приложения.....	51
Список рекомендуемой литературы.....	52

## Введение

Учебной дисциплиной «Техническая механика» предусматривается изучение общих законов движения и равновесия материальных тел, основ расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость, а также деталей машин и механизмов.

Дисциплина состоит из разделов: «Теоретическая механика», «Сопротивление материалов» и «Детали машин».

По данной дисциплине предусматривается выполнение одной домашней контрольной работы, охватывающей все разделы учебной программы.

Материал, выносимый на установочные и обзорные занятия, а также перечень выполняемых практических занятий определяются учебным заведением исходя из профиля подготовки выпускника, контингента студентов (работающих и не работающих по избранной специальности) и соответствующих учебных планов.

На установочных занятиях студентов знакомят с программой дисциплины, методикой работы над материалом и выполнения домашней контрольной работы.

Варианты контрольной работы составлены применительно к действующей рабочей программе по дисциплине.

Выполнение домашней контрольной работы определяет степень усвоения студентами изучаемого материала и умение применять полученные знания при решении практических задач.

Обзорные лекции проводятся по сложным для самостоятельного изучения темам программы.

Проведение практических занятий предусматривает своей целью закрепление теоретических знаний и приобретение практических умений по программе учебной дисциплины.

Учебный материал рекомендуется изучать в той последовательности, которая дана в методических указаниях:

- ознакомление с примерным тематическим планом и методическими указаниями по темам;
- изучение программного материала по рекомендуемой литературе;
- составление ответов на вопросы самоконтроля, приведенные после каждой темы.

В результате изучения дисциплины студент должен:

**знать:**

- основы технической механики;
- виды механизмов, их кинематические и динамические характеристики;

- методику расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость при различных видах деформации;
- основы расчетов механических передач и простейших сборочных единиц общего назначения.

**уметь:**

- производить расчеты механических передач и простейших сборочных единиц;
- читать кинематические схемы;
- определять напряжения в конструктивных элементах.

### **Общие методические указания**

Контрольная работа состоит из задач по теоретической механике и сопротивлению материалов.

Изучение дисциплины делится на два этапа: освоение теории и выполнение контрольной работы.

Последовательность действий студентов может быть следующей: знакомство с содержанием задачи; изучение учебного материала по рекомендованным спискам литературы; проверка усвоения – ответы на контрольные вопросы, приведенные в учебнике; разбор приведенных в данном пособии примеров и самостоятельное их выполнение; выполнение контрольной работы.

Вариант задания выбирается по последней и предпоследней цифрам шифра.

### **Требования к оформлению контрольных работ**

1. Контрольная работа выполняется в тетради в клеточку, на обложке которой указывается фамилия, имя, отчество, шифр, наименование дисциплины, номер контрольной работы.
2. Текст выполняется чернилами, схемы карандашом.
3. Решение каждой задачи начинается с новой страницы.
4. После записи решений всех задач указать использованную литературу.
5. Решение задач предваряется записью условия в текстовой форме, а затем в колонку с указанием известных и неизвестных величин.
6. Решение выполняется в последовательности, указанной примером в методических указаниях, действия поясняются текстом.
7. Все вычисления следует производить в единицах системы СИ.
8. В конце тетради оставить несколько страниц для рецензии.

Выполненная работа представляется в учебное заведение перед лабораторно-экзаменационной сессией.

### Рекомендуемая литература

#### Основная литература:

1. Максина, Е. Л. Техническая механика : учебное пособие для СПО / Е. Л. Максина. — Саратов : Научная книга, 2019. — 159 с. — ISBN 978-5-9758-1899-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/87082.html>
2. Королев, П. В. Техническая механика : учебное пособие для СПО / П. В. Королев. — Саратов : Профобразование, Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 111 с. — ISBN 978-5-4488-0672-8, 978-5-4497-0264-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/88496.html>

#### Дополнительная литература

1. Сафонова Г.Г. Техническая механика: учеб. для сред. проф. образован. – М.: ИНФРА-М, 2015, - 318 с. – 18 экз
- Калентьев, В. А. Техническая механика : учебное пособие для СПО / В. А. Калентьев. — Саратов : Профобразование, 2020. — 110 с. — ISBN 978-5-4488-0904-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOO

### Структура и содержание учебной дисциплины Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов
Максимальная учебная нагрузка	250
Обязательная аудиторная учебная нагрузка ,всего	42
в том числе	
практических занятий	20
Самостоятельная работа (внеаудиторная)	208
Виды самостоятельной работы (перечислить) Изучение теоретического материала по темам. Составление конспекта по перечню вопросов. Работа с учебной и специальной технической литературой. Решение задач. Составление отчётов. Выполнение домашней контрольной работы	
3 –ий семестр- зачет	

В пособии приведены методические указания к расчетно-графическим заданиям по теоретической механике, методика выполнения работ и варианты задания с набором схем.

Данное пособие предназначено для студентов заочного отделения.

## **1. Методические указания по изучению учебного материала по темам и вопросы для самоконтроля**

### **Введение**

Необходимо уяснить место технической механики в современном производстве, ее связь с другими дисциплинами специальности. Иметь понятие о материи, движении, механическом движении, равновесии. Знать, что изучает статика, кинематика, динамика.

### **Раздел 1 Теоретическая механика**

#### **Статика**

Статика является частью теоретической механики, изучающей условия, при которых тело находится под действием заданной системы сил. Успешное овладение учебным материалом по статике – необходимое условие для изучения всех последующих тем и разделов курса технической механики.

#### **Тема 1.1 Основные понятия и аксиомы статики**

При изучении темы следует вникнуть в физический смысл аксиом статики. Изучая связи и их реакции, нужно иметь в виду, что реакция связи является силой противодействия и направлена всегда противоположно силе действия рассматриваемого тела на связь (опору).

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Назовите разделы теоретической механики и укажите, какие вопросы в них изучают.
2. Дайте определение материи. Перечислите формы движения материи.
3. В чем общность понятий абсолютно твердого тела и материальной точки и в чем их различие?
4. Дайте определение силы.
5. Какие системы сил называют статически эквивалентными?
6. Что такое равнодействующая система сил, уравновешивающая сила?
7. Сформулируйте аксиомы статики.
8. Какие тела называются свободными, а какие несвободными?
9. Что называется связью?

10. Что такое реакция связи?

11. Перечислите виды связей и укажите направление соответствующих им реакций.

### **Тема 1.2 Плоская система сходящихся сил**

Эта система эквивалентна одной силе (равнодействующей) и стремится придать телу (в случае, если точка схождения сил совпадает с центром тяжести тела) прямолинейное движение. Равновесие тела будет иметь место в случае равенства равнодействующей нулю. Геометрическим условием равновесия является замкнутость многоугольника, построенного на силах системы, аналитическим условием – равенство нулю алгебраических сумм проекций сил системы на любые две взаимно перпендикулярные оси.

Научитесь решать задачи на равновесие тел, обратив особое внимание на рациональный выбор направления координатных осей.

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Геометрический способ нахождения равнодействующей плоской системы сходящихся сил.
2. Что называется проекцией силы на ось? В каком случае проекция силы на ось равна нулю?
3. Как найти силовое значение и направление равнодействующей системы сил, если заданы проекции составляющих сил на две взаимно перпендикулярные оси.
4. Сформулируйте аналитическое условие равновесия плоской системы сходящихся сил.

### **Тема 1.3 Пара сил**

Система пар сил эквивалентна одной паре (равнодействующей) и стремится придать телу вращательное движение. Равновесие тела будет иметь место в случае равенства нулю момента равнодействующей пары. Аналитическим условием равновесия является равенство нулю алгебраической суммы моментов пар системы. Следует обратить особое внимание на определение момента силы относительно точки. Необходимо помнить, что момент силы относительно точки равен нулю лишь, в случае если точка лежит на линии действия силы.

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Что такое пара сил?
2. Что такое момент пары сил, плечо пары сил?
3. Сформулируйте условие равновесия системы пар сил.

### **Тема 1.4 Плоская система произвольно расположенных сил**

Эта система эквивалентна одной силе (называемой главным вектором) и самой паре (момент, который называют главным моментом) и стремится



придать телу в общем случае прямолинейное и вращательное движение одновременно. Изученные ранее системы сходящихся сил и система пар – частные случаи произвольной системы сил. Равновесие тела будет иметь место в случае равенства нулю и главного вектора, и главного момента системы. Аналитическим условием равновесия является равенство нулю алгебраических сумм проекций сил системы на любые две взаимно перпендикулярные оси относительно любой точки. Следует получить навыки в решении задач на равновесие тел, в том числе на определение опорных реакций балок и сил, нагружающих стержни, обратив особое внимание на рациональный выбор направления координатных осей и положения центра моментов.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Что такое момент силы относительно точки?
2. Как берется знак момента силы относительно точки?
3. Что называется плечом силы?
4. В каком случае момент силы относительно точки равен нулю?
5. Что такое главный вектор и главный момент плоской системы сил?
6. Сформулируйте теорему Вариньона.
7. Сформулируйте аналитическое условие равновесия плоской системы произвольно расположенных сил.
8. Укажите три вида уравнения равновесия плоской системы произвольно расположенных сил.
9. Укажите, как рационально выбрать направления осей координат и центр моментов.
10. Какие нагрузки называются сосредоточенными и распределенными?
11. Что такое интенсивность равномерно распределенной нагрузки?
12. Как найти числовое значение направления и точку приложения равнодействующей равномерно распределенной нагрузки.
13. Какие системы называются статически определимыми?
14. Что называется силой трения?
15. Перечислите основные законы трения скольжения.
16. Что такое угол трения, конус трения?
17. Каковы особенности трения качения?

### **Тема 1.6 Пространственная система сил**

Как плоские, пространственные системы подразделяют на системы сходящихся или произвольно расположенных сил. Многоугольник, построенный на сходящихся силах системы, оказывается пространственным, что делает невозможным применение графического и графоаналитического методов решения. Аналитический метод решения аналогичен изложенному

для плоских систем с той лишь разницей, что силы проецируются на три (а не на две) взаимно перпендикулярные оси, а моменты сил определяются относительно этих осей (а не точек). Необходимо помнить, что момент силы относительно оси равен нулю в том случае, когда сила и ось лежат в одной плоскости (т.е. линия действия силы или параллельна оси, или пересекает ее).

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Напишите уравнения равновесия для пространственной системы сходящихся сил.
2. Что такое момент силы относительно оси? В каких случаях момент силы относительно оси равен нулю?
3. Напишите уравнения равновесия для произвольной пространственной системы сил.

#### **Тема 1.7 Центр тяжести тела**

Тема относительно проста для усвоения, однако крайне важна при изучении курса сопротивления материалов. Главное внимание здесь необходимо обратить на решение задач как с плоскими и геометрическими фигурами, так и со стандартными прокатными профилями.

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Что такое центр параллельных сил?
2. Как найти координаты центра параллельных сил?
3. Что такое центр тяжести тела?
4. Как найти центр тяжести прямоугольника, треугольника, круга?
5. Как найти координаты центра тяжести плоского составного сечения?

#### **Кинематика**

##### **Тема 1.8 Основные понятия кинематики**

Изучив кинематику точки, обратите внимание на то, что прямолинейное движение точки как неравномерное, так и равномерное всегда характеризуется наличием нормального (центростремительного) ускорения. При поступательном движении тела (характеризуемом движением любой его точки) применимы все формулы кинематики точки. Формулы для определения угловых величин тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, имеют полную смысловую аналогию с формулами для определения соответствующих линейных величин поступательно движущегося тела.

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Что изучает кинематика?
2. Что такое система отсчёта?
3. Какой смысл имеют в кинематике понятия «покой» и «движение»?

4. Дайте определение основных понятий кинематики: траектория, расстояние, путь и время.

### **Тема 1.9 Кинематика точки**

Изучите уравнения движения точки; определения ускорения; построение графиков ускорения, скорости, пути, расстояния.

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. В чем заключается относительность понятий покоя и движения?
2. Какими способами может быть задан закон движения точки?
3. Как направлен вектор истинной скорости точки при криволинейном движении?
4. Как направлены касательное и нормальное ускорения точки?
5. Какое движение совершает точка, если касательное ускорение равно нулю, а нормальное не изменяется с течением времени?
6. Как выглядят кинематические графики при равномерном и равнопеременном движении?

### **Тема 1. 10 Простейшие движения тела**

Изучите поступательное и вращательное движение тела. Обратите внимание на определение всех параметров вращения тела вокруг неподвижной оси.

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Какое движение твердого тела называется поступательным?
2. Перечислите свойства поступательного движения твердого тела.
3. Дайте определение вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси.
4. Как записывается в общем виде уравнение вращательного движения твердого тела?
5. Напишите формулу, устанавливающую связь между частотой вращения тела и угловой скоростью вращения.
6. Дайте определение равномерного и равнопеременного вращательного движения.
7. Какая дифференциальная зависимость существует между угловым перемещением, угловой скоростью и угловым ускорением?
8. Какая зависимость существует между линейным перемещением, скоростью и ускорением точек вращающегося тела и угловым перемещением, скоростью и ускорением тела.

### **Тема 1. 11 Сложное движение точки**

При изучении материала темы, обратите внимание на то, какое движение является относительным, переносным, абсолютным.

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Какое движение точки называется относительным, переносным, абсолютным? Приведите примеры относительного, переносного и абсолютного движения точки.
2. Сформулируйте теорему сложения скоростей при сложном движении точки.

### **Тема 1.12 Сложное движение тела**

Изучив плоскопараллельное движение тела, его разложение на поступательное и вращательное, научитесь решать задачи на определение скоростей любых точек плоских механизмов.

При изложении темы обратите внимание на возможность эквивалентной замены двух вращательных движений тела одним для параллельных и пересекающихся осей, определение угловой скорости абсолютного вращения тела.

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Какое движение твердого тела называется плоскопараллельным?
2. На какие движения может быть разложено плоскопараллельное движение?
3. Что такое мгновенный центр скоростей?
4. Как определить абсолютную скорость любой точки тела, если положение ее мгновенного центра скоростей известно?

### **Динамика**

При изучении раздела вникните в физический смысл аксиом динамики, научитесь использовать основанный на принципе Даламбера метод кинетостатики, позволяющий применять уравнения равновесия статики для движущегося с ускорением тела. Следует помнить, что сила инерции прилагается к ускоренному телу условно, так как в действительности на него не действует. Особое внимание следует уделить вопросу трения скольжения и понятию самоторможения, имеющим важнейшее значение в технике.

Формулы для определения работы, мощности и кинетической энергии тела, а также основной закон динамики для случаев поступательного и вращательного движения тела имеют полную смысловую аналогию.

### **Тема 1.13 Основные понятия и аксиомы динамики**

При изучении темы необходимо научиться, при решении задач, применять аксиомы динамики и следствия из них.

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Сформулируйте первую аксиому динамики (принцип инерции) и вторую аксиому динамики (основной закон динамики точки).
2. Сформулируйте две основные задачи динамики.
3. Изложите третью аксиому динамики (закон независимости действия сил) и четвертую аксиому (закон равенства действия и противодействия).

### **Тема 1.14 Движение материальной точки. Метод кинетостатики**

Изучите понятия о свободной и несвободной точке, о силе инерции. Научитесь решать задачи на поступательное движение тела с Помощью метода кинетостатики для любого вида движения.

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Дайте определение силы инерции. Как определяется ее модуль и направление? К чему приложена сила инерции?
2. В чем заключается принцип Даламбера?

### **Тема 1.15 Работа и мощность**

При изучении темы необходимо усвоить понятия работы, мощности, коэффициента полезного действия. Изучите единицы измерения работы и мощности. Научитесь решать задачи по определению работы и мощности при поступательном и вращательном движении тел, потерь на трение.

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Как определяется работа постоянной силы на прямолинейном пути?
2. Что называется мощностью?
3. Что такое механический коэффициент полезного действия?
4. Назовите формулу, позволяющую определить вращающийся момент через передаваемую мощность и угловую скорость вращения тела при равномерном вращении.

### **Тема 1.16 Общие теоремы динамики**

Изучите общие теории динамики. Обратите внимание: на решение задач на поступательное движение точки и тела с использованием теорем о количестве движения и о кинетической энергии; на решение задач с использованием основного закона динамики для вращательного движения тела.

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Дайте определение импульса силы, количества движения. Сформулируйте теорему об изменении количества движения точки.
2. Что такое кинетическая энергия точки? Сформулируйте теорему об изменении кинетической энергии материальной точки.
3. Перескажите формулировку основного закона динамики вращательного движения твердого тела.
4. Что такое момент инерции тела? От чего зависит его значение?

## **Раздел 2 Сопротивление материалов**

Изучение курса сопротивления материалов (наука о прочности, жесткости и устойчивости, деформируемых под нагрузкой элементов машин и конструкций) следует начать с повторения раздела «Статика» (равновесие

тел, уравнения равновесия, геометрические характеристики сечений). Непременными условиями успешного овладения учебным материалом являются: а) четкое понимание физического смысла рассматриваемых понятий; б) свободное владение методом сечений; в) осознанное применение геометрических характеристик прочности и жесткости поперечных сечений; г) самостоятельное решение достаточно большого числа задач. Принципиальная схема изучения каждого из видов нагружения бруса единообразна: от внешних сил с помощью метода сечения к внутренним силовым факторам, от них – к напряжениям, от расчетного напряжения – к условию прочности бруса.

### **Тема 2.1 Основные положения сопротивления материалов**

Внутренние силы, возникающие между частицами тела под действием нагрузок, являются таковыми для тела в целом. При применении метода сечений эти силы для рассматриваемой части тела являются внешними, т.е. к ним применимы методы статики. Действующая в произвольно проведенном поперечном сечении система внутренних сил эквивалентна в общем случае одной силе и одному моменту. Разложив их на составляющие, получим соответственно три силы (по направлению координатных осей) и три момента (относительно этих осей), которые называют внутренними силовыми факторами (ВСФ). Возникновение тех или иных ВСФ зависит от фактического нагружения бруса. Определяют ВСФ с помощью уравнений равновесия статики. Внутренним нормальным силам соответствуют нормальные напряжения  $\sigma$ , касательным силам – касательные напряжения  $\tau$ .

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Для чего изучается сопротивление материалов?
2. Чем отличается упругая деформация от пластической?
3. Следует ли учитывать изменение размеров тел при составлении уравнений равновесия сил, приложенных к нему?
4. В каких случаях при действии на тело нескольких сил эффект действия каждой силы можно считать независимым от действия других сил? Какое название, носит этот принцип?
5. Какими расчетными схемами заменяются реальные объекты расчета? Каковы геометрические признаки, присущие каждой расчетной схеме?
6. Почему нельзя определить внутренние силовые факторы в произвольном сечении, рассматривая равновесие всего тела в целом?
7. В чем заключается метод сечений?
8. Можно ли с помощью метода сечений установить закон распределения внутренних силовых факторов по проведенному сечению?
9. Что такое напряжение? Какова размерность напряжения?

## **Тема 2.2 Растяжение и сжатие**

При изучении темы следует обратить особое внимание на гипотезу плоских сечений, которая справедлива и при других видах нагружения бруса. При растяжении или сжатии напряжения распределяются по поперечному сечению равномерно, геометрической характеристикой прочности и жесткости сечения является его площадь, форма сечения значения не имеет, все точки сечения равноопасны. Достаточное внимание следует уделить и вопросу испытания материалов, основным механическим характеристикам прочности материала, предельным и допускаемым напряжениям.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. В каком случае брус испытывает деформацию растяжения или сжатия?
2. Каков закон изменения нормальных напряжений по площади поперечного сечения при растяжении и сжатии?
3. Влияет ли форма поперечного сечения на значение напряжений, возникающих при растяжении и сжатии?
4. Что называется эпюрой нормальных сил и эпюрой нормальных напряжений?
5. Для чего строят эпюры  $N$  и  $\sigma$ ? Какое поперечное сечение бруса называется опасным?
6. Что такое модуль продольной упругости материала, какова его размерность?
7. Какова связь между продольной и поперечной деформацией?
8. Что такое жесткость сечения бруса и жесткость бруса при растяжении (сжатии)?
9. Какова цель механических испытаний материалов?
10. Что называется пределами пропорциональности, упругости, текучести, прочности?
11. Каковы характеристики пластичных свойств материалов?
12. В чем заключается закон разгрузки и повторного нагружения?
13. Какие системы называют статически неопределимыми?

## **Тема 2.3 Практические расчеты на срез и смятие**

При изучении темы следует обратить внимание на расчет заклепок, сварных соединений и врубок. Явление среза всегда «осложнено» наличием других напряжений. Надо уметь показать на чертеже площадки, на которых возникают напряжения среза, смятия, скалывания.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. На каких допущениях основаны расчёты на срез?
2. По каким формулам производят расчёт на срез и смятие?

3. Как определяется площадь смятия, если поверхность смятия цилиндрическая, плоская?

### **Тема 2.4 Геометрические характеристики плоских сечений**

В теории изгиба важную роль играют моменты инерции, поэтому следует рассмотреть этот вопрос в виде самостоятельной темы.

Перед изучением этой темы по учебнику теоретической механики повторите материал о статическом моменте и о нахождении центров тяжести плоских фигур.

При изучении темы следует обратить внимание на теорему о переносе осей. Эта формула наглядно показывает, что наименьшим из моментов инерции относительно нескольких параллельных осей является момент инерции относительно той оси, которая проходит через центр тяжести.

В теории изгиба важную роль играют главные центральные оси. Обратите внимание на определение положения главных центральных осей. Если сечение состоит из ряда прокатных профилей, то необходимо при вычислениях пользоваться данными таблиц сортамента.

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Что такое статический момент сечения?
2. Что такое осевой и центробежный моменты инерции плоского сечения?
3. Изменяются ли центробежные и осевые моменты инерции при повороте осей? При параллельном переносе?
4. Что такое главные центральные оси инерции?
5. Какая связь существует между моментами инерции относительно параллельных осей, из которых одна является центральной?
6. Напишите формулы для вычисления осевых моментов инерции для прямоугольника, равнобедренного треугольника, круга и кольца.
7. Как определяют осевые моменты инерции сложных составных сечений?

### **Тема 2.5 Сдвиг и кручение**

Изучая материалы темы, следует обратить внимание на полную смысловую аналогию законов Гука при сдвиге и при растяжении (сжатии), сравнить значения модулей упругости материала при сдвиге и при продольном деформировании (жесткость любого материала при сдвиге меньше). При кручении напряжения распределяются по поперечному сечению неравномерно (в линейной зависимости от расстояния точки до полюса сечения), опасными являются все точки контура сечения. Геометрическими характеристиками прочности и жесткости сечения являются соответственно полярный момент сопротивления и полярный момент инерции, значения которых зависят не только от площади, но и от формы сечения. Рациональным (т.е. дающим экономию материала) является



кольцевое сечение, имеющее по сравнению с круглым сплошным меньшую площадь при равном моменте сопротивления (моменте инерции).

Следует обратить внимание на вычисление вращающего момента на валу по заданным мощности и угловой скорости вала.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. В чем состоит деформация сдвига?
2. Что такое модуль сдвига и как он связан с модулем продольной упругости?
3. Как определяется крутящий момент в произвольном сечении?
4. Какая зависимость существует между передаваемой валом мощностью, вращающим моментом и угловой скоростью?
5. На каких гипотезах и допущениях основаны выводы формул для определения касательных напряжений и углов поворота сечений при кручении бруса круглого сечения?
6. Каков закон изменения касательных напряжений по площади поперечного сечения при кручении?
7. Что является геометрическими характеристиками сечения вала при кручении?
8. Почему выгоднее применять валы кольцевого, а не сплошного сечения?

### **Тема 2.6 Прямой изгиб**

Теория частичного изгиба имеет как внешнюю, так и смысловую аналогию с теорией кручения – аналогичное распределение напряжений по поперечному сечению: наличие опасных точек сечения, аналогичные геометрические характеристики прочности и жесткости сечения, аналогичный подход к оценке рациональности формы сечения. Особое внимание следует уделить построению эпюр изгибающих моментов по характерным точкам.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. В каком случае балка работает на изгиб?
2. Что такое чистый и поперечный изгиб? Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечных сечениях бруса в этих случаях?
3. Каким методом определяют внутренние силовые факторы, действующие в поперечных сечениях на изгиб?
4. Чему равны поперечная сила и изгибающий момент в продольном сечении балки при изгибе?
5. Для чего строятся эпюры поперечных сил и изгибающих моментов?
6. Сформулируйте правило законов для поперечной силы и изгибающего момента.
7. Какими линиями очерчиваются эпюры поперечных сил и изгибающих моментов на участке действия равномерно распределенной нагрузки?

8. Как меняется характер эпюр поперечных сил и изгибающих моментов в точках приложения сосредоточенных сил и моментов?
9. Напишите формулы для определения осевых моментов сопротивления при изгибе для прямоугольника, круга и кольца.
10. Какими перемещениями сопровождается изгиб?

### **Тема 2.7 Сложное сопротивление**

В этой теме рассматривается случай сложного сопротивления. Перед изучением темы повторите главы, в которых изложена проверка прочности при изгибе по главным напряжениям, когда известны нормальные напряжения  $\sigma$  и касательные  $\tau$ . В случае изгиба с кручением также возникают нормальные напряжения и касательные.

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Почему в случае одновременного действия изгиба и кручения оценку прочности производят, применяя гипотезы прочности?
2. Приведите примеры деталей, работающих на изгиб с кручением.
3. Какие точки поперечного сечения являются опасными, если брус круглого поперечного сечения работает на изгиб с кручением?

### **Темы 2.8, 2.9 Сопротивление усталости. Прочность при динамических нагрузках**

Обычно расчеты на усталость проводятся не как проектные (определение размеров сечения детали), а как проверочные. Объясняется это тем, что допускаемое напряжение не может быть установлено заранее достаточно точно, так как оно зависит не только от материала детали, но и от ряда ее конструктивных особенностей (размеров, качества обработки поверхности, наличия концентраторов напряжения).

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Как называется механическая характеристика материала, определяющая его сопротивление переменным напряжениям?
2. Что такое концентрация напряжения? Приведите примеры деталей, имеющих концентраторы напряжений?
3. Какие факторы влияют на снижение предела выносливости?

### **Тема 2.10 Устойчивость сжатых стержней**

При изучении темы обратите особое внимание на предел применимости формулы Эйлера. Следует представлять себе, что при расчетах на устойчивость в отличие от расчетов на прочность предельное напряжение (здесь – критическое напряжение  $\sigma_{кр}$ ) зависит не только от

материала бруса, но и от его геометрических размеров, формы сечения, а также способа закрепления концов.

### Вопросы для самоконтроля

1. На примере сжатого стержня объясните явление потери устойчивости.
2. Что такое критическая сила?
3. Что такое гибкость стержня и предельная гибкость материала? От каких факторов они зависят?
4. Какое сечение стержня (сплошное или кольцевое) более рационально с точки зрения устойчивости и почему?

## 2. Методические указания к выполнению и задания контрольной работы

В рекомендованных учебниках, а также в руководствах студенты найдут достаточное число примеров задач подобных тем, которые включены в контрольную работы. Поэтому ниже даны лишь необходимые краткие методические указания к решению задач контрольной работы.

### ➤ Условие равновесия плоской системы сходящихся сил

**Задачу 1** следует решать после изучения тем 1.1 и 1.2.

Во всех вариантах рассматривается равновесие плоской системы сходящихся сил и требуется определить реакции двух шарнирно соединённых между собой стержней, удерживающих груз. Можно избрать три способа решения: аналитический, графический и геометрический. Для данного типа задачи целесообразно использовать аналитический способ решения.

**Задача 1.** Определить реакции стержней, удерживающих груз весом  $G$ . Массой стержней пренебречь. Схему своего варианта смотри на рисунке 1. Числовые данные своего варианта взять из таблицы 1.

Таблица 1

Номер схемы на рисунке 1									G
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Варианты									kH
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	11	12	13	14	15	16	17	18	20
19	20	21	22	23	24	25	26	27	30

28	29	30	31	32	33	34	35	36	40
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

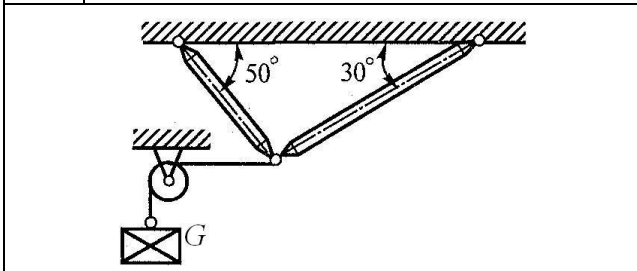
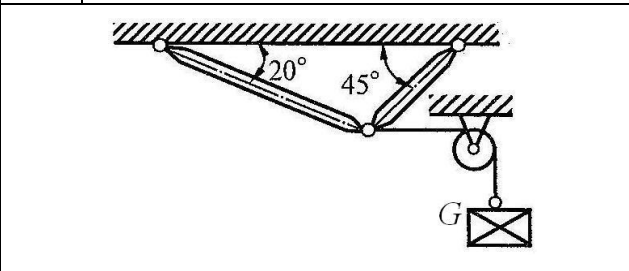
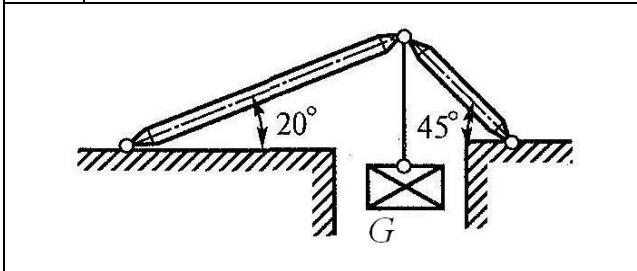
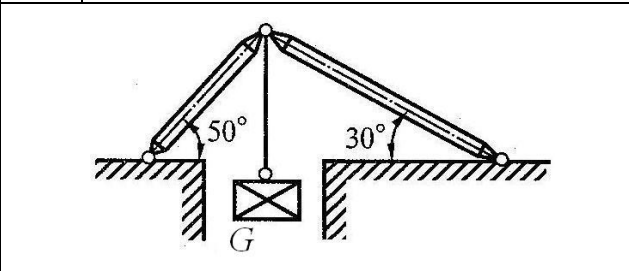
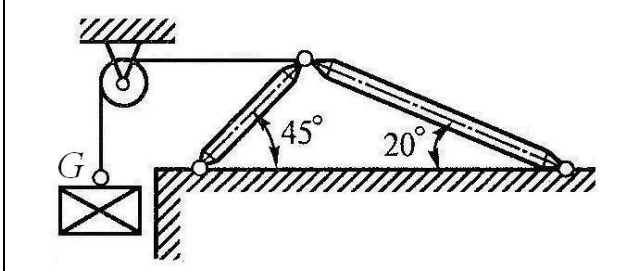
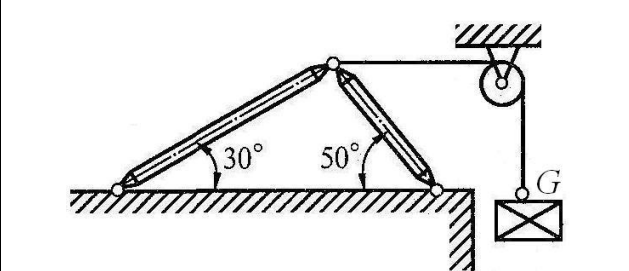
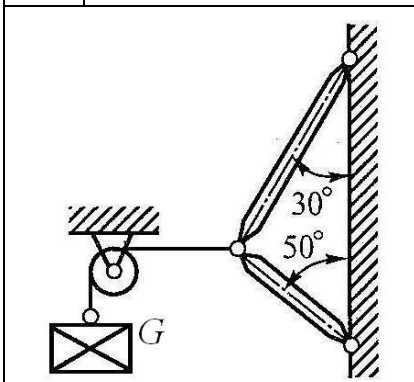
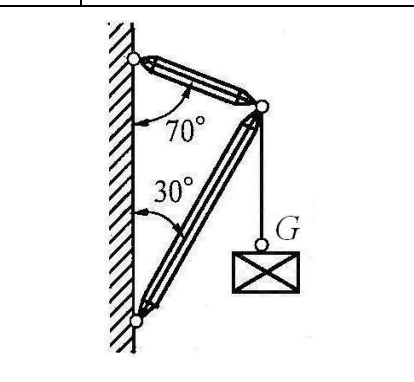
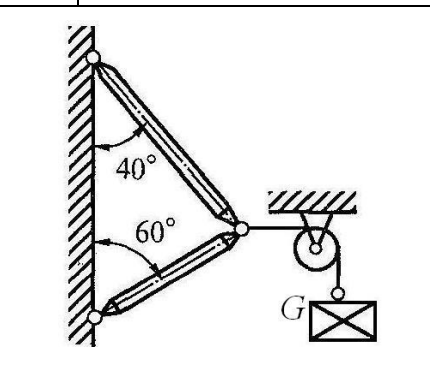
1			2					
3			4					
5			6					
7			8			9		

Рисунок - 1

### Методические указания к выполнению задания 1

Величина проекции силы на ось равна произведению модуля этой силы

на косинус угла между направлением силы и положительным направлением оси.

$$F_x = F * \cos \alpha$$

Определим величины и знаки проекций представленных на рисунке сил

( в общем виде, рис. 2).

#### Проекция сил на ось X:

- 1) Сила  $F_1$  параллельна оси и направлена в сторону положительного отсчета оси, т. е.  $\alpha = 0$ , а  $\cos 0 = 1$ . Поэтому

$$F_{1x} = F_1 * \cos 0 = F_1$$

- 2) Сила  $F_2$  перпендикулярна оси  $x$ , т. е. угол  $\alpha = 90^\circ$ , тогда  $\cos 90^\circ = 0$  и

$$F_{2x} = F_2 * \cos 90 = 0$$

- 3) Сила  $F_3$  образует с положительным направлением оси угол  $\alpha$ , который  $\pi/2 < \alpha < \pi$ . Следовательно,

$$F_{3x} = F_3 * \cos \alpha = F_3 * \cos (\pi - \beta) = - F_3 * \cos \beta$$

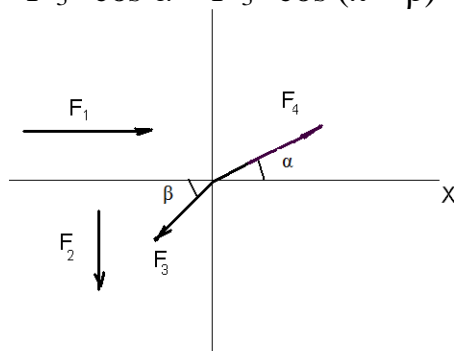


Рисунок - 2

Итак, проекция  $F_{3x}$  отрицательна, если отсчет длины проекции от точки начала вектора к его концу, противоположен положительному направлению оси.

- 4) Сила  $F_4$  образует с положительным направлением оси угол  $\alpha < 90^\circ$  (острый угол) и направление ее совпадает с положительным направлением оси, тогда

$$F_{4x} = F_4 * \cos \alpha$$

#### Проекция сил на ось Y:

- Проекция силы  $F_{1y} = 0$ , т. к. сила  $F_1$  перпендикулярна оси  $Y$ ;
- Сила  $F_2$  параллельна оси  $Y$  и направлена в сторону противоположную положительному отсчету оси, т. е.  $\alpha = 0$ , а  $\cos 0 = 1$ . Поэтому  $F_{2y} = - F_2$  ;

- Проекция силы  $F_3$  будет также отрицательна, т. к. направление ее не совпадает с положительным направлением оси  $Y$  и составит

$$F_{3x} = - F_3 * \sin \beta$$

- Проекция силы  $F_4$

$$F_{4x} = F_4 * \sin \alpha$$

Спроецировав силы на оси координат, получим и проекции равнодействующей силы:

- *Проекция равнодействующей системы сходящихся сил на каждую из осей координат равна алгебраической сумме проекций составляющих сил на ту же ось:*

$$R_x = \Sigma F_x ;$$

$$R_y = \Sigma F_y.$$

- *Модуль равнодействующей системы сходящихся сил равен корню квадратному из суммы квадратов ее проекций на две взаимно перпендикулярные оси:*

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \text{ или } R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

- *Направление равнодействующей определяется с помощью так называемых направляющих косинусов:*

$$\cos \varphi_x = R_x / R$$

$$\cos \varphi_y = R_y / R$$

Причем, косинус угла, образуемого вектором равнодействующей с положительным направлением оси, равен отношению проекции равнодействующей на эту ось к модулю самой равнодействующей

Из выше приведенных выражений непосредственно вытекает условие равновесия плоской системы сходящихся сил в аналитической форме.

*Условие равновесия плоской системы сходящихся сил:*

Для равновесия плоской системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы проекций всех сил системы на каждую из двух осей координат были равны нулю, т. е.

$$\Sigma F_x = 0; \Sigma F_y = 0, \text{ или}$$

$$R_x = 0; \text{ и } R_y = 0$$

### Пример № 1

Два стержня связаны между собой и со стеной шарнирами (рис. 3).

К шарниру В на нити подвешен груз весом 100 Н.

Определить усилия в стержнях.

**Решение.**

Поскольку стержни соединены в точке В, она будет служить объектом равновесия. На нее будет действовать сила натяжения нити, равная весу груза Р.

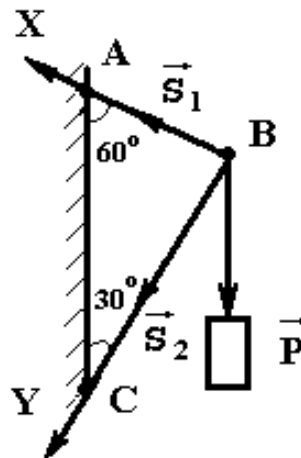


Рисунок - 3

Связями для точки В служат стержни АВ и ВС.

Отбрасывая связи заменим их реакциями -  $S_1$  и  $S_2$ , которые направлены вдоль стержня. Направляя усилия в от точки В предполагаем, что оба стержня растянуты. На точку В действуют три силы, лежащие в одной плоскости и пересекающиеся в одной точке, то есть плоская сходящаяся система сил, для которой можно составить два уравнения равновесия:

$$\Sigma F_{kx}=0, \Sigma F_{ky}=0.$$

В этих уравнениях находится 2 неизвестных - усилия  $S_1$  и  $S_2$ .

Оси координат направим вдоль стержней, причем одна из осей должна пройти через одну неизвестную реакцию. В нашем примере между стержнями угол  $90^\circ$ , поэтому оси координат прошли сразу через две реакции.

Составляем уравнения равновесия.

$$\Sigma F_{kx}=S_1-P\cdot\cos(60^\circ)=0;$$

$$\Sigma F_{ky}=S_2+P\cdot\cos(30^\circ)=0.$$

Из первого уравнения находим:

$$S_1=P\cdot\cos(60^\circ)=100\cdot0,5=50 \text{ Н},$$

из второго:

$$S_2= - P\cdot\cos(30^\circ)= - 100\cdot0,867= - 86,7 \text{ Н}.$$

Усилие  $S_2$  получилось отрицательным, то есть стержень ВС будет не растягиваться, а сжиматься.

В данном решении использовался **аналитический метод**.

Ответ: данная система находится в состоянии равновесии, если соотношение параметров (сил) будет таково:  $S_1 = 50 \text{ Н}$ ,  $S_2 = - 86,7 \text{ Н}$ .

Реакция связи  $S_2$  должна действовать в противоположном от заданного направления т. к. ее значение получилось отрицательным.

Для проверки правильности решения применяем **графический метод**.

Для этого нужно построить из сил, действующих на точку В векторный треугольник. Вначале в масштабе  $M \ 1 \text{ Н } 1 \text{ см}$  построим силу  $P$  (рис. 4).

Из начала и конца этой силы проводим прямые, параллельные усилиям  $S_1$  и  $S_2$ , получая, таким образом, замкнутый силовой треугольник. При этом для замыкания треугольника мы были вынуждены сменить направление усилия  $S_2$

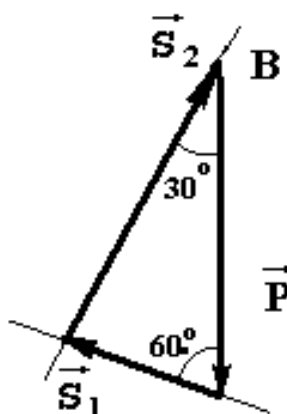


Рисунок - 4

Из треугольника, в котором усилие  $P$  является гипотенузой, а  $S_1$  и  $S_2$  — катетами, находим:

$$S_1 = P \cdot \cos(60^\circ) = 50 \text{ Н},$$

$$S_2 = P \cdot \cos(30^\circ) = 86,7 \text{ Н}.$$

Результаты расчетов аналогичны.

Ответ:  $S_1 = 50 \text{ Н}$ ;  $S_2 = 86,7$

Следует отметить, что **векторный треугольник показывает действительное, а не предполагаемое направление искомых сил.**

## ➤ 2,2 Определение реакции опор балочной системы

**Задача 2.** Определить реакции опор двухопорной балки (рисунок 5). Данные своего варианта взять из таблицы 2.



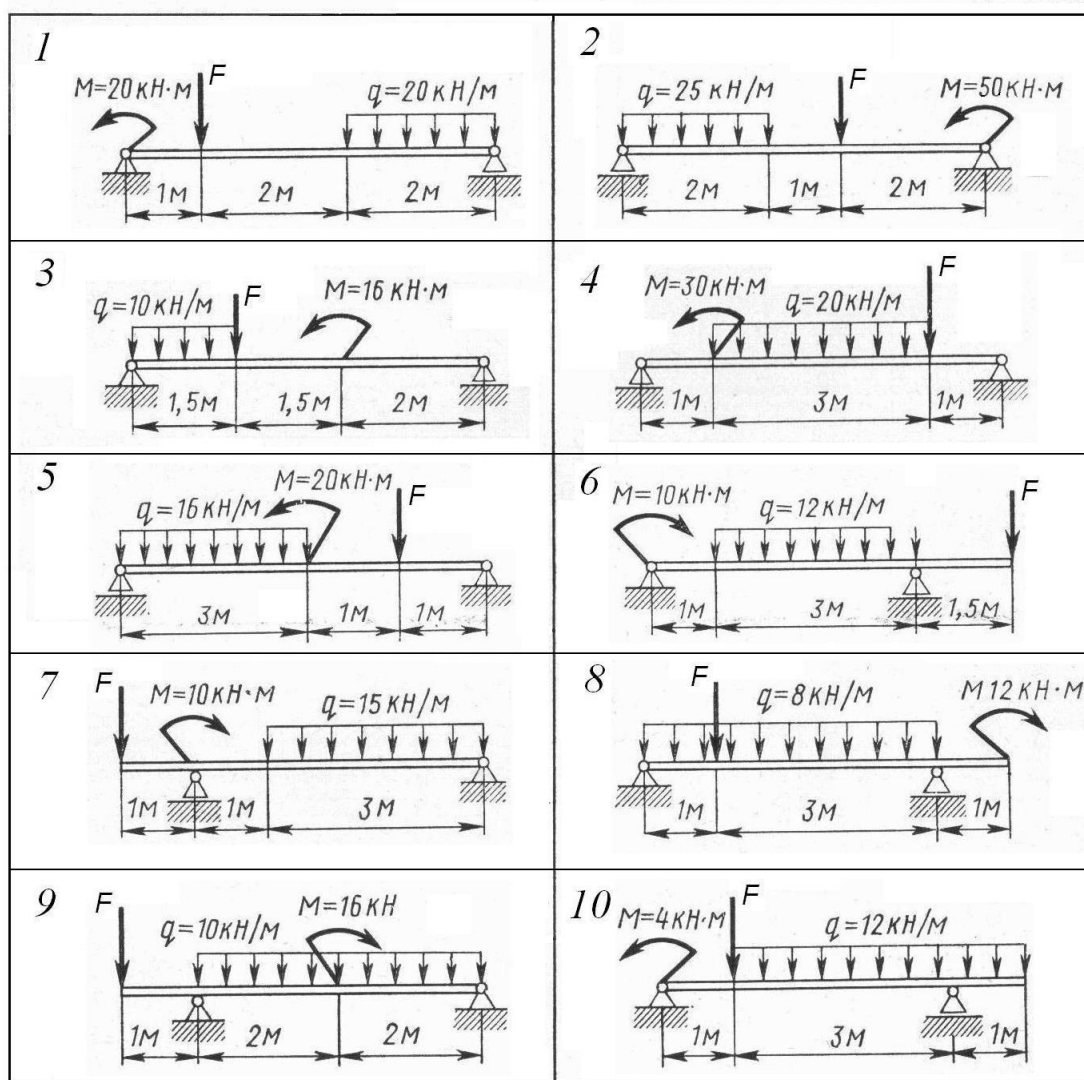


Рисунок 5

Таблица 2

Номер схемы на рисунке 3.2										F
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Варианты										kH
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	30
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	40
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	50

**Методические указания к решению задачи 2**

**Задачу 2** следует решать после изучения тем 1.3 и 1.4.

Во всех вариантах требуется определить реакции опор балок. Студентам необходимо приобрести навыки определения реакций опор, так как с этого начинается решение многих задач по сопротивлению материалов и деталям машин.

**Парой сил** называются две равные и параллельные силы, направленные в противоположные стороны и не лежащие на одной прямой,.

Действие пары сил на твердое тело состоит в том, что она стремится вращать это тело. Способность пары сил производить вращение определяется моментом пары, равным произведению силы на кратчайшее расстояние (взятое по перпендикуляру к силам) между линиями действия сил. Обозначим момент пары  $M$ , а кратчайшее расстояние между силами  $a$ , тогда абсолютное значение момента:

$$M = Fa = F'a.$$

Момент пары в СИ измеряется в ньютонметрах ( $\text{Н}\cdot\text{м}$ ) или в единицах, кратных ньютонметру:  $\text{кН}\cdot\text{м}$ ,  $\text{МН}\cdot\text{м}$  и т.д.

Правило знаков:

<i>Момент пары сил будем считать положительным, если пара стремится повернуть тело по направлению хода часовой стрелки</i>	<i>Момент пары сил будем считать отрицательным, если пара стремится вращать тело против хода часовой стрелки</i>
--	--

Принятое правило знаков для моментов пар условно

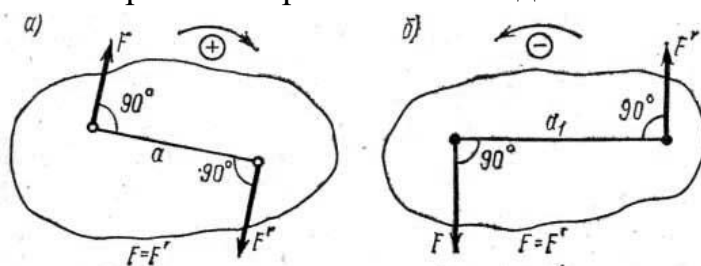


Рисунок 6

Момент сил относительно точки и оси

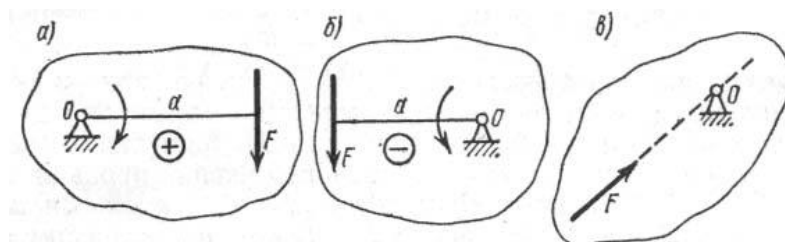


Рисунок 7

**Момент силы относительно точки определяется произведением модуля силы на длину перпендикуляра, опущенного из точки на линию действия силы.**

Момент силы  $F$  относительно  $O$  определяется произведением силы на плечо

$$M_O(F) = F \cdot a$$

Измеряют моменты сил в ньютонметрах (Н\*м) или в соответствующих кратных и дольных единицах, как и моменты пар.

*Последовательность решения задачи:*

- 1) изобразить балку вместе с нагрузками;
- 2) выбрать расположение координатных осей, совместив ось  $x$  с балкой, а ось  $y$  направив перпендикулярно оси  $x$ .
- 3) произвести необходимые преобразования заданных активных сил: силу, наклоненную к оси балки под углом  $\alpha$ , заменить двумя взаимно перпендикулярными составляющими, а равномерно распределенную нагрузку - ее равнодействующей, приложенной в середине участка распределения нагрузки
- 4) освободить балку от опор, заменив их действие реакциями опор, направленными вдоль выбранных осей координат.
- 5) составить уравнения равновесия статики для произвольной плоской системы сил таким образом и в такой последовательности, чтобы решением каждого из этих уравнений было определение одной из неизвестных реакций опор.
- 6) проверить правильность найденных опорных реакций по уравнению, которое не было использовано для решения задачи.

### **Пример 2**

Определить реакции опор балки (рис. 8,а).

#### ***Решение***

1. Изобразим балку с действующими на неё нагрузками (рис. 8,а).
2. Изображаем оси координат  $x$  и  $y$ .
3. Силу  $F$  заменяем ее составляющими  $F_x = F \cos \alpha$  и  $F_y = F \sin \alpha$ .  
При  $F = 20 \text{ кН}$ :  $F_y = 20 \sin 30^\circ = 10 \text{ кН}$ ;  $F_x = 20 \cos 30^\circ = 17,3 \text{ кН}$ .

Равнодействующая  $q \cdot CD$  равномерно распределенной нагрузки, приложенная в точке пересечения диагоналей прямоугольника (рис. 8,б), переносится по линии своего действия в середину участка  $CD$ , в точку  $K$

$$Q = q \cdot l,$$

где  $l = CD$  .  $Q = 12 = 2 \text{ кН}$ .

4. Освобождаем балку от опор, заменив их опорными реакциями (рисунок 8, в).

5. Составляем уравнения равновесия статики и определяем неизвестные реакции опор.

а) Из уравнения суммы моментов всех действующих на балку сил, составленного относительно одной из точек опор, сразу определяем одну из неизвестных вертикальных реакций:

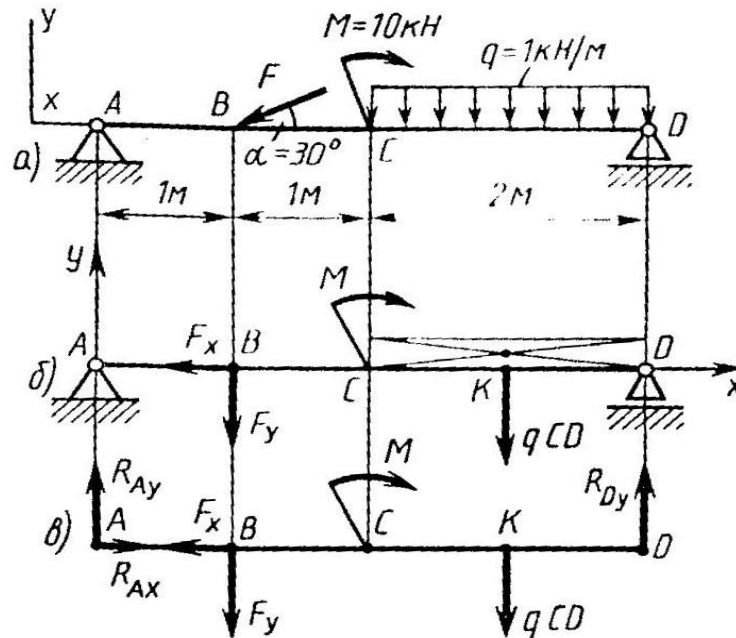


Рисунок 8

$$\Sigma m_A = F_y \cdot AB + M + Q \cdot AK - R_{Dy} \cdot AD = 0$$

$$R_{Dy} = (F_y \cdot AB + M + Q \cdot AK) / AD = (10 \cdot 1 + 10 + 2 \cdot 3) / 4 = \underline{6,5 \text{ кН}};$$

Определяем другую вертикальную реакцию:

$$\Sigma m_D = R_{Ay} \cdot AD - F_y \cdot BD + M - Q \cdot KD = 0$$

$$R_{Ay} = (F_y \cdot BD - M + Q \cdot KD) / 4 = (10 \cdot 3 - 10 + 2 \cdot 2 / 2) / 4 = \underline{5,5 \text{ кН}}$$

Определяем горизонтальную реакцию:

$$\Sigma X_i = R_{Ax} - F_x = 0 ; R_{Ax} = F_x = F \cos \alpha = 20 \cdot 0,866 = 17,3 \text{ кН}$$

6 Проверяем правильность найденных результатов:

$$\Sigma Y_i = R_{Ay} - F_y - Q + R_{Dy} = 5,5 - 10 - 2 + 6,5 = 12 - 12 = 0$$

Условие равновесия  $\Sigma Y_i = 0$  выполняется, следовательно, реакции опор найдены верно

## Пример 2.

Определить реакции  $Z_A$ ,  $Y_A$  и  $M_R$  в жесткой заделке (рис. 9).

При  $P = 5 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $q = 2 \text{ кН/м}$ .

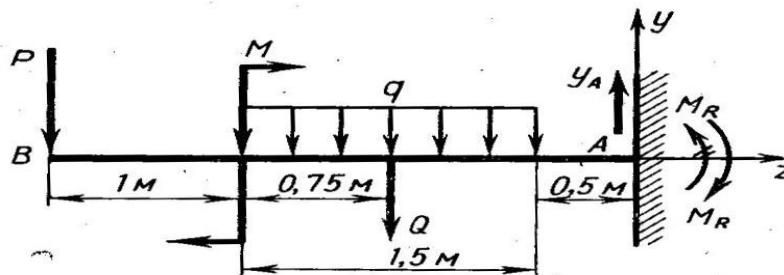


Рисунок 9

Р е ш е н и е.

1. Рассматриваем равновесие балки  $AB$ .
2. Равномерно распределенную нагрузку заменяем сосредоточенной, приложенной посередине участка,  $Q = q \cdot a = 2 \cdot 1.5 = 3$  кН.
3. Координатную ось  $z$  располагаем вдоль оси балки, а ось  $y$  - перпендикулярно ей.
4. В защемлении могут возникнуть две опорные реакции  $Z_A$  и  $Y_A$  (вдоль и перпендикулярно оси балки) и реактивный момент  $M_R$ . В данном случае реакция  $Z_A = 0$ , так как на балке нет ни горизонтальных, ни наклонных сил.
5. Составляем уравнения равновесия для произвольно расположенных сил.

$$\begin{aligned}\sum Z &= Z_A = 0, \\ \sum Y &= -P - Q + Y_A = 0, \\ \sum M_A(P_i) &= M_R + Q \cdot 1.25 - M + P \cdot 3 = 0.\end{aligned}$$

(предполагаем, что реактивный момент направлен против часовой стрелки).

Из второго уравнения:

$$Y_A = P + Q = 5 + 3 = 8 \text{ кН.}$$

Из третьего уравнения:

$$M_R = -Q \cdot 1.25 + M - P \cdot 3 = -3 \cdot 1.25 + 4 - 5 \cdot 3 = -14.75 \text{ кН.}$$

Знак минус показывает, что реактивный момент направлен не против часовой стрелки, а в противоположную сторону. Меняем направление  $M_R$  на чертеже (см. рис. 4).

Составляем уравнение для проверки решения.

$$\sum M_B(P_i) = -M - Q \cdot 1.75 + Y_A \cdot 3 - M_R = 4 - 3 \cdot 1.75 + 8 \cdot 3 - 14.75 = 0.$$

Условие равновесия  $\sum M_B(P_i) = 0$  выполняется, следовательно, реакции опор найдены верно.

➤ 2,3 Растяжение и сжатие: расчеты бруса на прочность и жесткость

**Задача 3.** Двухступенчатый стальной брус, длины ступеней которого указаны на рисунке 9, нагружен силами  $F_1$  и  $F_2$ .

Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса. Определить удлинение (укорочение) бруса, приняв  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

Числовые значения площади поперечных сечений  $A_1$  и  $A_2$  для своего варианта взять из таблицы 3. Осевые размеры даны в мм.

Таблица 3.

Номер схемы на рисунке 3										$F_1$	$F_2$	$A_1$	$A_2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
Варианты										кН	кН	см <sup>2</sup>	см <sup>2</sup>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	5,6	9,2	0,4	0,6
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	1,2	3,6	0,5	1,9
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	2,4	6,5	1,2	3,2
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	12	8	0,9	2,4

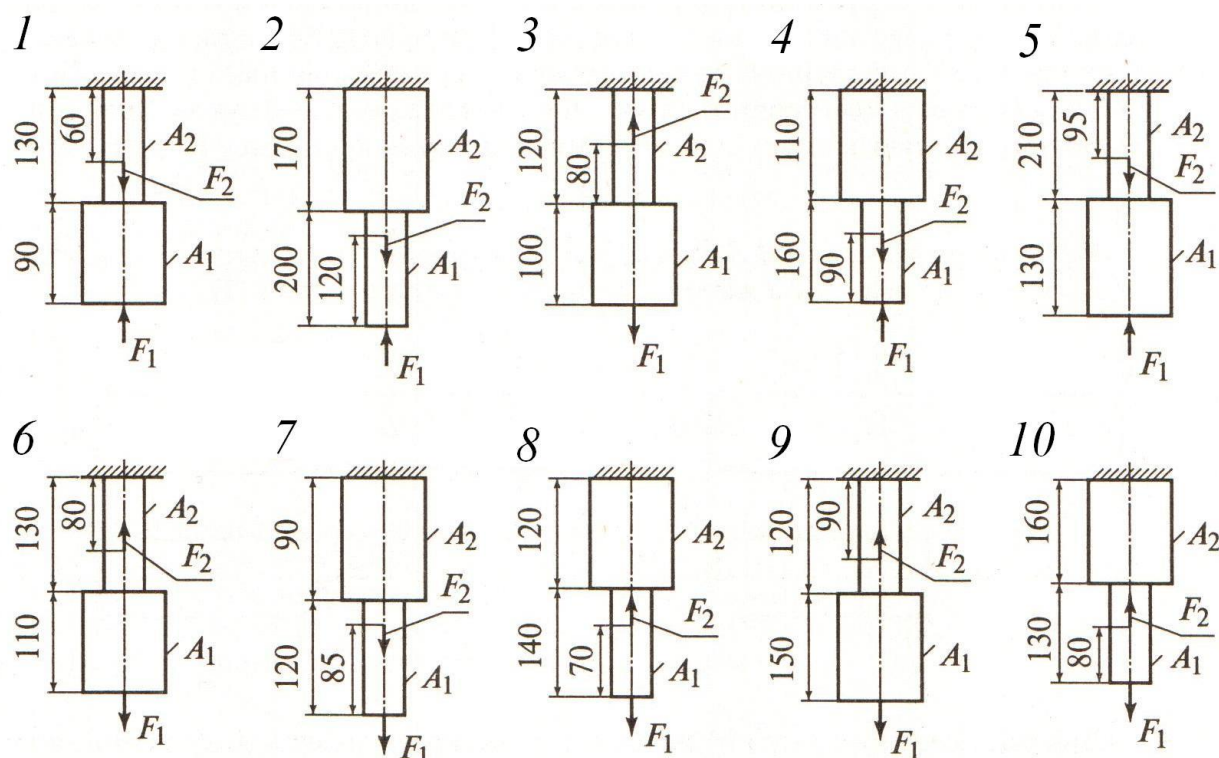


Рисунок - 9

**Методические указания к решению задачи 3**

Задача 3 может быть решена после усвоения тем 2.1 и 2.2. Прежде чем приступить к её решению, студент должен научиться безукоризненно владеть методом сечений для определения внутренних силовых факторов. Эти навыки пригодятся студентам для выполнения всех остальных задач контрольной работы.

Все детали машин при их взаимодействии деформируются – изменяют размеры. Различают несколько состояний деформации: упругая деформация, пластическая и разрушение.

Упругая – исчезает после снятия нагрузок, пластическая – остается. Если деталь деформируется упруго, то состояние называется прочностью.

Состояние, при котором в его поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор – продольная сила  $N$  называется растяжением или сжатием.

Продольная сила в произвольном поперечном сечении бруса численно равна алгебраической сумме проекций на его продольную ось всех внешних сил, действующих на отсеченную часть.

Для расчета на прочность и определения перемещений необходимо знать закон изменения продольных сил по его длине.

**Правило знаков:** внешняя сила, направленная от сечения, считается положительной, т.е. дает положительную растягивающую продольную силу; в противном случае внешняя сила отрицательна.

Состояние материала бруса против растягивающих (сжимающих) действий (внешних сил) определяется параметром, называемым «нормальное напряжение»  $\sigma$ , тем больше, чем большая действует нагрузка. При одной и той же нагрузке более напряженным будет брус с меньшей площадью поперечного сечения. Следовательно, напряжение прямо пропорционально нагрузке  $N$  и обратно пропорционально площади сечения  $A$ .

Условие прочности при растяжении и сжатии имеет вид

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma], \text{ Па (Н/м}^2\text{)}$$

где  $\sigma$ ,  $N$  — соответственно нормальное напряжение и продольная сила в опасном сечении (т.е. в сечении, где возникают наибольшее напряжение);

$A$  — площадь поперечного сечения;

$[\sigma]$  — допускаемое напряжение.

Исходя из условия прочности, можно решать три вида задач;

- 1) проверка прочности;
- 2) подбор сечения  $A \geq N / [\sigma]$ ;
- 3) определение допускаемой нагрузки  $[N] \leq [\sigma] \cdot A$ .

Деформация бруса длиной  $l$  от действия растяжения- сжатия называется удлинением  $\Delta l$ . Если рассматривают деформацию каждого метра бруса, то ее

называют относительным удлинением.

$$\varepsilon = \Delta l / l$$

Между деформацией в стадии упругости и напряжением существует зависимость – закон Гука:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

Она выражает прямую пропорциональную зависимость между напряжением и относительным удлинением. Коэффициент  $E$  называется модулем упругости.

$$E = \sigma / \varepsilon, \text{ Н/м}$$

Модуль упругости стали –  $2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ , чугуна –  $10^5 \text{ Н/мм}^2$ .

Упругое состояние гарантированно охраняется до определенного значения напряжения, которое называется допустимым  $[\sigma]$ . До достижения этого напряжения материал считается достаточно прочным. Поэтому состояние прочности выражается формулой

$$\sigma \leq [\sigma],$$

Для анализа состояния деталей имеющих форму бруса (длина значительно больше размеров поперечного сечения) строят график – эпюру, зависимости напряжений  $\sigma \text{ Н/мм}^2 \text{ (МПа)}$ .

Эпюра позволяет определить наиболее напряженный участок бруса.

### Пример

Для данного ступенчатого бруса (рис. 1, а) построить эпюру продольных сил, эпюру нормальных напряжений и определить перемещение свободного конца, если  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ ;  $F_1 = 30 \text{ кН} = 30 \cdot 10^3 \text{ Н}$ ;  $F_2 = 38 \text{ кН} = 38 \cdot 10^3 \text{ Н}$ ;  $F_3 = 42 \text{ кН} = 42 \cdot 10^3 \text{ Н}$ ;  $A_1 = 1,9 \text{ см}^2 = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ,  $A_2 = 3,1 \text{ см}^2 = 3,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ .  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ .

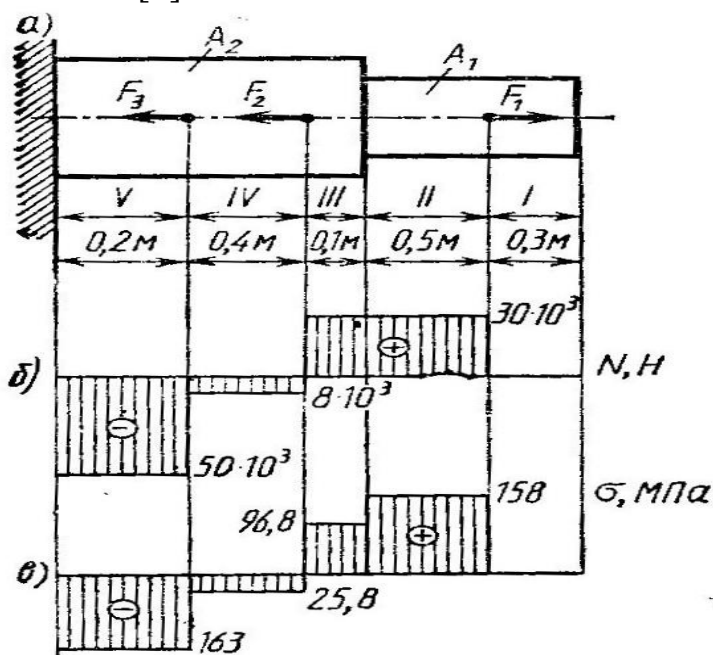


Рисунок - 10

Последовательность решения задачи



1. Разбить брус на участки, начиная от свободного конца.  
Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние силы, а для напряжений также и места изменения размеров поперечного сечения.
2. Определить по методу сечений (РОЗУ) продольную силу для каждого участка (ординаты эпюры  $N$ ) и построить эпюру продольных сил  $N$ . Проведя параллельно оси бруса базовую (нулевую) линию эпюры, отложить перпендикулярно ей в произвольном масштабе получаемые значения ординат. Через концы ординат провести линии, проставить знаки и заштриховать эпюру линиями, параллельными ординатам.
3. Для построения эпюры нормальных напряжений определяем напряжения в поперечных сечениях каждого из участков. В пределах каждого участка напряжения постоянны, т. е. эпюра на данном участке изображается прямой, параллельной оси бруса
4. Перемещение свободного конца бруса определяем как сумму удлинений (укорочений) участков бруса, вычисленных по формуле Гука

$$\Delta l = (B \cdot l) / E, \text{ м}$$

где  $E$  – модуль упругости, Па

#### **Решение:**

1. Разбиваем брус на участки, как показано на рис. 10, а.;
2. Определяем ординаты эпюры  $N$  на участках бруса:

$$N_I = 0;$$

$$N_{II} = F_1 = 30 \text{ кН};$$

$$N_{III} = F_1 = 30 \text{ кН};$$

$$N_{IV} = F_1 - F_2 = -8 \text{ кН};$$

$$N_V = F_1 - F_2 - F_3 = -50 \text{ кН}.$$

Строим эпюру продольных сил (рис. 10,б).

3. Вычисляем ординаты эпюры нормальных напряжений:

$$\sigma_{II} = \frac{N_{II}}{A_I} = \frac{30 \cdot 10^3}{1.9 \cdot 10^{-4}} = 158 \cdot 10^6 \text{ Па} = 158 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{III} = \frac{N_{II}}{A_2} = \frac{30 \cdot 10^3}{3.1 \cdot 10^{-4}} = 96.8 \cdot 10^6 \text{ Па} = 96.8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{IV} = \frac{N_{IV}}{A_2} = \frac{8 \cdot 10^3}{3.1 \cdot 10^{-4}} = -25.8 \cdot 10^6 \text{ Па} = -25.8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_V = \frac{N_V}{A_2} = \frac{50 \cdot 10^3}{3.1 \cdot 10^{-4}} = -163 \cdot 10^6 \text{ Па} = -163 \text{ МПа};$$

Строим эпюру нормальных напряжений (рис. 10, в).

4. Определяем перемещение свободного конца бруса (начинать нужно с места заделки его):

$$\lambda = \Delta l_I + \Delta l_{III} + \Delta l_{II} + \Delta l_{IV} + \Delta l_V;$$

$$\Delta l_I = \frac{N_I \cdot l_I}{E \cdot A_I} = 0; \text{или } \Delta l_1 = (\sigma \cdot \ell) / E = 0 \text{ м}$$

$$\Delta l_{II} = \frac{N_{II} \cdot l_{II}}{E \cdot A_I} = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-1}}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1.9 \cdot 10^{-4}} = 3.94 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,394 \text{ мм};$$

$$\Delta l_{III} = \frac{N_{III} \cdot l_{III}}{E \cdot A_2} = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 0.1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3.1 \cdot 10^{-4}} = 0.484 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,0484 \text{ мм};$$

$$\Delta l_{IV} = -\frac{N_{IV} \cdot l_{IV}}{E \cdot A_2} = -\frac{8 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-1}}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3.1 \cdot 10^{-4}} = -0.516 \cdot 10^{-4} \text{ м} = -0.0516 \text{ мм};$$

$$\Delta l_V = -\frac{N_V \cdot l_V}{E \cdot A_2} = -\frac{50 \cdot 10^3 \cdot 0.2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3.1 \cdot 10^{-4}} = -1.61 \cdot 10^{-4} \text{ м} = -0.161 \text{ мм};$$

Полное перемещение свободного конца бруса составило:

$$\Delta l = 0.394 + 0.0484 - 0.0516 - 0.161 \cong 0.23 \text{ мм};$$

5. Анализируем эпюру.

- Первый участок – напряжение равно нулю. т.к. отсутствуют внешние силы

- Второй участок – прочен и экономичен

т.к.

$$\sigma_{II} < [\sigma], \quad 158 \text{ МПа} < 160 \text{ МПа}$$

$$([\sigma] - \sigma_{II}) / [\sigma] \cdot 100 = (160 - 158) / 160 \cdot 100 = 1,25\% < 10\% \text{ (недогрузка)}.$$

- Третий участок – прочен:

$$\sigma_{III} < [\sigma], \quad 96.8 < 160 \text{ МПа}$$

- Четвертый участок – прочен, т.к.

$$\sigma_{IV} < [\sigma], \quad 25,8 < 160 \text{ МПа}$$

- Пятый участок –

$$\sigma_V > [\sigma], \quad 163 > 160 \text{ МПа}$$

$$([\sigma] - \sigma_{II}) / [\sigma] \cdot 100 = (160 - 163) / 160 \cdot 100 = 1,87\% < 5\% \text{ (перегрузка)}$$

**Ответ:** 1) Реакция в заделке равна  $50 \cdot 10^3 \text{ Н}$ ;

2) Опасное сечение бруса наблюдается в 5 – м сечении, т. к.  $\sigma_{\max} = 163$

МПа, перегрузка участка составила 1,87 %.

3) Брус удлиняется на 0,23 мм

### ➤ 2,4 Кручение: расчёты на прочность и жесткость

**Задача 4.** Для стального вала (рисунок 11) построить эпюру крутящих моментов; определить диаметр вала на каждом участке и полный угол закручивания.

Данные для различных вариантов указаны в таблице 4.

Мощность на зубчатых колесах принять  $P_2 = 0,5P_1$ ;  $P_3 = 0,3P_1$ ;

$P_4 = 0,2P_1$ . Допускаемое напряжение  $[\tau] = 30$  МПа, модуль сдвига  $G = 0,8 \cdot 10^5$  МПа.

Указание. Полученное расчётное значение диаметра (в мм) округлить до ближайшего большего числа по ГОСТ 6636-69

Таблица 4

Номер схемы на рисунке 11										$\omega$	$P_1$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
Варианты										рад/с	кВт
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	48	18
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	60	30
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	25	60
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	62	16

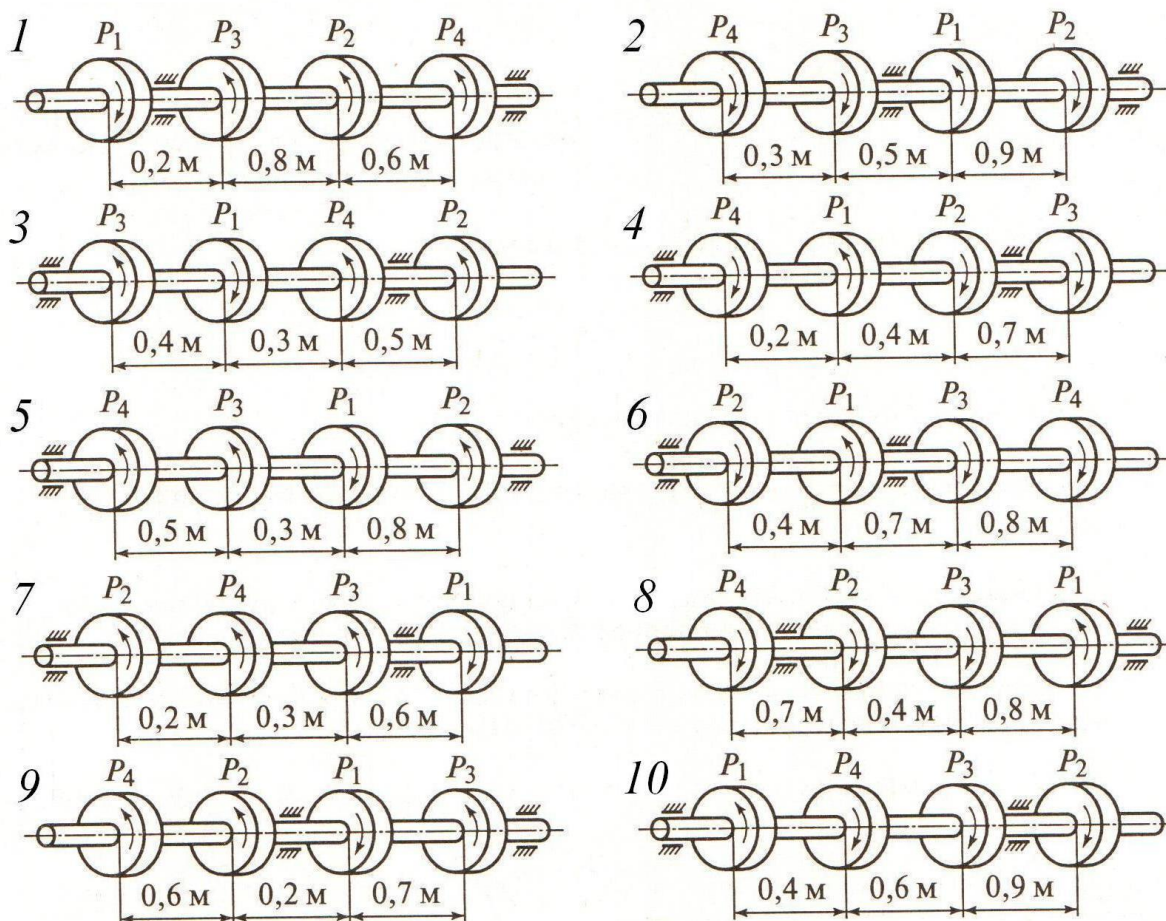


Рисунок 11

#### Методические указания к решению задачи 4

К решению задачи 4 следует приступить после изучения темы «Сдвиг и кручение».

Вращающиеся детали (чаще всего это валы) испытывают деформацию кручение – касательное относительное вращение поперечных сечений. Противодействие сечений вала кручению определяется крутящим моментом  $T$  и касательным напряжением  $\tau$ .

Кручением называют такой вид нагружения бруса, при котором в его поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор — крутящий момент.

Чтобы вал упруго сопротивлялся кручению, крутящий момент сечения должен уравнивать вращающие (внешние) моменты справа или слева от сечения, т.е.

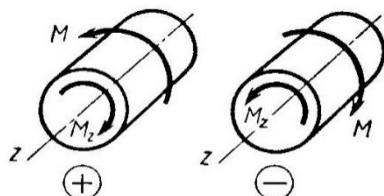
$$T + \sum M_{\text{вр}}^{\text{слева}} = 0 \quad \text{или} \quad T + \sum M_{\text{вр}}^{\text{справа}} = 0$$

Крутящий момент в произвольном поперечном сечении бруса равен алгебраической сумме внешних моментов, действующих на отсеченную часть: (имеется в виду, что плоскости действия всех внешних скручивающих

моментов, перпендикулярны продольной оси бруса).

Результат будет одинаков, ибо и правая и левая части действуют равным образом друг на друга по принципу равенства действия и противодействия

Будем считать крутящий момент положительным, если для наблюдателя, смотрящего на проведенное сечение, он представляется направленным по часовой стрелке. Соответствующий внешний момент направлен против часовой стрелки (рис. 12).



В данной работе необходимо выполнить проектный расчет вала круглого или кольцевого поперечного сечения из условий прочности и из условий жесткости. Из двух полученных значений диаметров следует выбрать наибольшее значение.

Однако крутящий момент недостаточно характеризует сопротивление вала кручению. Очевидно вал меньшего диаметра с тем же крутящим моментом имеет меньшее сопротивление. Поэтому для достаточной оценки сопротивляемости вала кручению применяют другой параметр – касательное напряжение  $\tau$ .

Касательное напряжение учитывает величины: крутящего момента  $T$ , диаметра вала  $d$ , площади сечения (круга)  $\pi d^2/4$ .

Рабочие напряжения  $\tau$ , возникающие в сечении вала при кручении не должны превышать допустимые  $[\tau]$  для данного материала, т. е.

$$\tau \leq [\tau].$$

Для установления наиболее нагруженного участка вала постоянного сечения строят эпюру крутящего момента

При определении наиболее напряженного участка ступенчатого вала строят эпюру касательных напряжений.

#### *Последовательность решения задачи:*

1. Определить внешние скручивающие моменты по формуле

$$M = P/\omega, \text{ Нм}$$

где  $P$  — мощность,  
 $\omega$  — угловая скорость;

2. Определить уравнивающий момент, используя уравнение равновесия

$$\sum M_i = 0,$$

так как при равномерном вращении вала алгебраическая сумма приложенных к нему внешних скручивающих (вращающих) моментов

равна нулю;

3. Пользуясь методом сечений (методом РОЗУ), построить эпюру крутящих моментов по длине вала;
4. Для участка вала, в котором возникает наибольший крутящий момент, определить диаметр вала круглого или кольцевого сечения из условия прочности и жесткости. Для кольцевого сечения вала принять соотношение диаметров  $c = d_0/d$ ,  $d_0$  — внутренний диаметр кольца;  $d$  — наружный диаметр кольца.

Из условия прочности:

$$W_p \geq \frac{M_{z \max}}{[\tau_k]},$$

где  $M_{z \max}$  — наибольший крутящий момент;  
 $W_p$  — полярный момент сопротивления кручению;  
 $[\tau_k]$  — допускаемое касательное напряжение

Из условия жесткости:

$$I_p \geq \frac{M_{z \max}}{G[\varphi_0]},$$

где  $I_p$  — полярный момент инерции сечения;  
 $G$  — модуль упругости при сдвиге;  
 $[\varphi_0]$  — допускаемый угол закручивания сечения

Сечение вала — круг

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}$$

Необходимый по прочности диаметр вала

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_{z \max}}{\pi [\tau_k]}}$$

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32}$$

Необходимый по жесткости диаметр вала:

$$d = \sqrt[4]{\frac{32 M_{z \max}}{\pi G [\varphi_0]}}$$

Сечение вала — кольцо

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} (1 - c^4)$$

Необходимый по прочности наружный диаметр кольца

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_{z \max}}{\pi [\tau_k] (1 - c^4)}}$$

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} (1 - c^4)$$

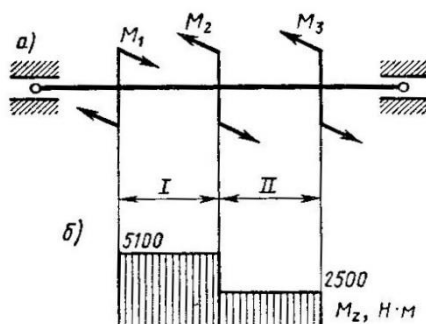
Необходимый по жесткости наружный диаметр кольца

$$d = \sqrt[4]{\frac{32 M_{z \max}}{\pi G [\varphi_0] (1 - c^4)}}$$

## Пример

Для стального вала постоянного по длине сечения требуется:

- 1) определить значения моментов  $M_2$  и  $M_3$ , соответствующие передаваемым мощностям  $P_2$  и  $P_3$ , а также уравнивающий момент  $M_i$ ;
- 2) построить эпюру крутящих моментов;
- 3) определить требуемый диаметр вала из расчетов на прочность и жесткость, полагая по варианту (а) поперечное сечение вала — круг; по варианту (б) — поперечное сечение вала —



кольцо, имеющее соотношение диаметров

$$c = d_0/d = 0,8.$$

Принять;  $[\tau_k] = 30 \text{ МПа}$ ;  $[\varphi_0] = 0,02 \text{ рад/м} = 0,02 \cdot 10^{-3} \text{ рад/мм}$ ;  $P_2 = 52 \text{ кВт}$ ;  $P_3 = 50 \text{ кВт}$ ;

$$\omega = 20 \text{ рад/с};$$

Окончательное значение диаметра принять по ГОСТ 6636 -69.

### Решение

1. Определяем внешние скручивающие моменты:

$$M_2 = \frac{P_2}{\omega} = \frac{52 \cdot 10^3}{20} = 2600 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = \frac{P_3}{\omega} = \frac{50 \cdot 10^3}{20} = 2500 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

2. Определяем уравнивающий момент  $M_1$ :

$$\sum M_i = 0; M_1 - M_2 - M_3 = 0; M_1 = M_2 + M_3 = 5100 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

3. Определяем крутящий момент по участкам вала:

$$M_{z1} = M_1 = 5100 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{z11} = M_1 - M_2 = 5100 - 2600 = 2500 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Строим эпюру крутящих моментов  $M_z$  (рис. 13, б).

4. Определяем диаметр вала из условий прочности и жесткости:

$$M_{z \max} = 5100 \text{ Н} \cdot \text{м. (рис.132, б)}$$

а) Сечение вала — круг

Из условия прочности:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16M_{z \max}}{\pi[\tau_k]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 5100 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 30}} = 95,2 \text{ мм}.$$

Принимаем  $d = 95 \text{ мм}$ .

Из условия жесткости:

$$d = \sqrt[4]{\frac{32M_{z \max}}{\pi G[\lambda_0]}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 5100 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 0,02 \cdot 10^{-3}}} = 75,5 \text{ мм}.$$

Принимаем  $d = 76 \text{ мм}$ .

Требуемый диаметр получился больше из расчета на прочность, поэтому его принимаем как окончательный  $d = 95 \text{ мм}$ . По ГОСТ 6636-69 принимаем  $d = 100 \text{ мм}$ .

### ➤ 2,5 Изгиб: расчёты на прочность. Выбор рациональных сечений

**Задача № 5.** По условию задачи 2, построить эпюры поперечных сил, изгибающих моментов и, исходя из условия прочности при  $[\sigma] = 160$  МПа, подобрать необходимый размер поперечного сечения двутавра.

Указание. При решении задачи использовать справочные материалы приложения А.

### ***Методические указания к решению задачи***

К решению задачи 5 следует приступать после изучения темы «Прямой изгиб».

Поперечные силы, направленные через центр тяжести сечения балки, вызывают ее деформацию – прямой поперечный изгиб. У изогнутой выпуклостью вверх балки верхние волокна удлиняются, а нижние сжимаются. Препятствует возникновению этих противоположных по направлению деформаций пара внутренних сил. Действие пары определяется параметром, называемым изгибающим моментом  $M_{\text{и}}$

Изгиб — это такой вид нагружения бруса, при котором в его поперечных сечениях возникают изгибающие моменты. В большинстве случаев одновременно с изгибающими моментами возникают и поперечные силы, то такой изгиб называют поперечным. Если поперечные силы не возникают, то изгиб называют чистым.

- Изгибающий момент  $M_{\text{и}}$  в произвольном поперечном сечении бруса численно равен алгебраической сумме моментов внешних сил, действующих на отсеченную часть, относительно центра тяжести сечения:  $M_{\text{и}} = \sum M$ .
- Поперечная сила в произвольном поперечном сечении бруса численно равна алгебраической сумме внешних сил, действующих на отсеченную часть:  $Q = \sum F$ .
- При чем все внешние силы и моменты действуют в главной продольной плоскости бруса и расположены перпендикулярно продольной оси бруса.

При определении изгибающего момента в данном сечении балку представляют состоящей из двух частей: левой от сечения и правой. Тогда изгибающим моментом в сечении будет внутренний момент в сечении левой части  $M_{\text{и}}^{\text{лев}}$ , противодействующий и равный сумме моментов внешних сил правой части  $\sum M_{\text{и}}^{\text{прав}}$ , наоборот, изгибающий момент – это момент правой части  $M_{\text{и}}^{\text{прав}}$ , противодействующий и равный сумме моментов внешних сил левой части  $\sum M_{\text{и}}^{\text{лев}}$ . Поскольку в данном сечении изгибающие моменты равны, но противоположны по направлению, это следует учесть при построении эпюры изгибающих моментов.

- *Правило знаков для поперечной силы:* силам, поворачивающим отсеченную часть балки относительно рассматриваемого сечения по



ходу часовой стрелки, приписывается знак плюс (рис. 14, а), а силам, поворачивающим отсеченную часть балки относительно рассматриваемого сечения против хода часовой стрелки, приписывается знак минус (рис. 14, б).

- *Правило знаков для изгибающих моментов:* внешним моментом, изгибающим мысленно закрепленную в рассматриваемом сечении отсеченную часть бруса выпуклостью вниз, приписывается знак плюс (рис. 15, а), а моментам, изгибающим, отсеченную часть бруса выпуклостью вверх, — знак минус (рис. 15, б).

Между изгибающим моментом  $M_x$ , поперечной силой  $Q_y$  и интенсивностью распределенной нагрузки  $q$  существуют дифференциальные зависимости:

$$\frac{dM_x}{dz} = \frac{dQ_y}{dz} = q$$

На основе метода сечений и дифференциальных зависимостей устанавливается взаимосвязь эюр  $M_x$  и  $Q_y$  между собой и с внешней нагрузкой, поэтому достаточно вычислить ординаты эюр для характерных сечений и соединить их линиями.

Характерными являются сечения балки, где приложены сосредоточенные силы и моменты (включая опорные сечения), а также сечения, ограничивающие участки с равномерно распределенной нагрузкой.

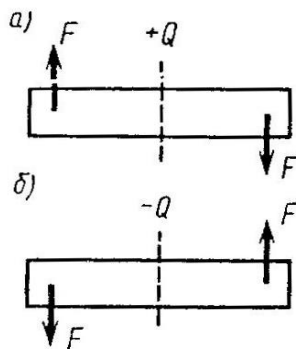


Рисунок – 14

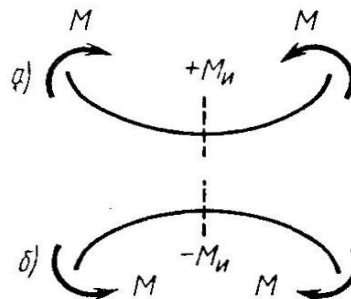


Рисунок - 15

Приведем некоторые правила построения эюр.

- Для эюры поперечных сил:

1. На участке, нагруженном равномерно распределенной нагрузкой, эюра изображается прямой, наклоненной к оси балки.
2. На участке, свободном от распределенной нагрузки, эюра изображается прямой, параллельной оси балки.
3. В сечении балки, где приложена сосредоточенная пара сил, поперечная сила не изменяет значения.

4. В сечении, где приложена сосредоточенная сила, значение поперечной силы меняется скачкообразно на значение, равное приложенной силе.

5. В концевом сечении балки поперечная сила численно равна сосредоточенной силе (активной или реактивной), приложенной в этом сечении.

6. Если в концевом сечении балки не приложена сосредоточенная сила, то поперечная сила в этом сечении равна нулю.

■ *Для эпюры изгибающих моментов:*

1. На участке, нагруженном равномерно распределенной нагрузкой, эпюра моментов изображается квадратичной параболой. Выпуклость параболы направлена навстречу нагрузке.

2. На участке, свободном от равномерно распределенной нагрузки, эпюра моментов изображается прямой линией.

3. В сечении балки, где приложена сосредоточенная пара сил, изгибающий момент меняется скачкообразно на значение, равное моменту приложенной пары.

4. Изгибающий момент в концевом сечении балки равен нулю, если в нем не приложена сосредоточенная пара сил.

5. Если же в концевом сечении приложена активная или реактивная пара сил, то изгибающий момент в сечении равен моменту приложенной пары.

6. На участке, где поперечная сила равна нулю, балка испытывает чистый изгиб, и эпюра изгибающих моментов изображается прямой, параллельной оси балки.

7. Изгибающий момент принимает экстремальное значение в сечении, где эпюра поперечных сил проходит через нуль, меняя знаки с « + » на « - » или с « - » на « + ».

В рассматриваемой задаче требуется построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, а также подобрать размеры поперечного сечения балки, выполненной из прокатного профиля — двутавра.

Условие прочности для балок с сечениями, симметричными относительно нейтральной оси, имеет вид:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{x\ max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

где  $W_x$  — осевой момент сопротивления сечения.

Для подбора сечения балки (проектного расчета) из условия прочности определяют необходимое значение осевого момента сопротивления:

$$W_x \geq \frac{M_{x\ max}}{[\sigma]}$$

По найденному моменту сопротивления  $W_x$ , подбирают соответствующее сечение по сортаменту (см. приложение А).

Для закрепленной одним концом балки строить эпюры целесообразно со свободного конца (чтобы избежать определения опорных реакций в заделке).

✓ Последовательность решения задачи:

1. Балку разделить на участки по характерным сечениям.
2. Определить вид эпюры поперечных сил на каждом участке в зависимости от внешней нагрузки, вычислить поперечные силы в характерных сечениях и построить эпюру поперечных сил.
3. Определить вид эпюры изгибающих моментов на каждом участке в зависимости от внешней нагрузки, вычислить изгибающие моменты в характерных сечениях и построить эпюру изгибающих моментов.
4. Для данной балки, имеющей по всей длине постоянное поперечное сечение, выполнить проектный расчет, т. е. определить  $W_x$  в опасном сечении, где изгибающий момент имеет наибольшее по модулю значение.

### Пример 1.

Для заданной консольной балки (поперечное сечение-двутавр,  $[\sigma] = 160$  МПа) построить эпюры  $Q_y$  и  $M_x$  и подобрать сечение по сортаменту.

#### Р е ш е н и е

1. Делим балку на участки по характерным сечениям  $A, B, C$  (рис. 16, а).
2. Определяем значения поперечной силы  $Q_y$  в характерных сечениях и строим эпюру (рис. 2, б):

$$Q_{yA}^{\text{лев}} = -F_2 = -1 \text{ кН}$$

$$Q_{yB}^{\text{пр}} = -F_2 = -1 \text{ кН}$$

$$Q_{yA}^{\text{лев}} = -F + F_1 = -F_2 + -F_1 = -1 + 2 = 1 \text{ кН}$$

3. Определяем значения изгибающего момента  $M_x$  в характерных сечениях и строим эпюру (рис. 16, а):

$$M_A = 0$$

$$M_B^{\text{пр}} = F_2 \cdot AB = 1 \cdot 3 = 3 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_B^{\text{лев}} = F_2 \cdot AB + M = 1 \cdot 3 + 12 = 15 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

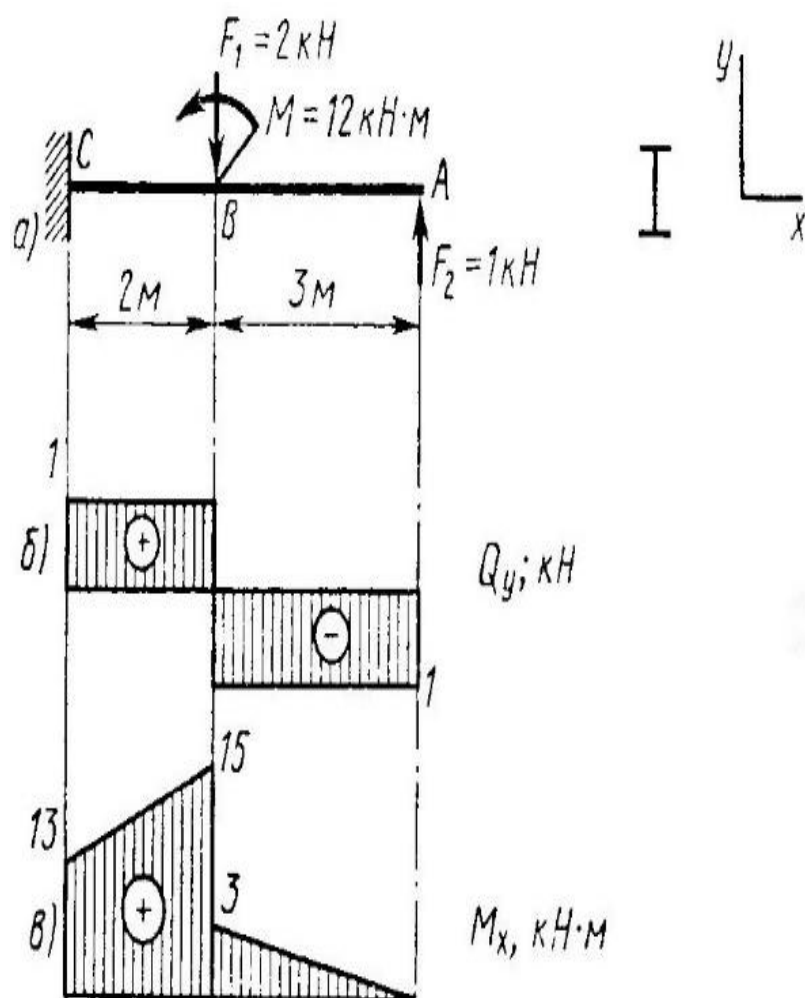
$$M_C^{\text{пр}} = F_2 \cdot AC + M - F_1 \cdot BC = 1 \cdot 5 + 12 - 2 \cdot 2 = 13 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

4. Исходя из эпюры  $M_x$  (рис. 16, в)

$$M_{x \max} = 15 \text{ кН}\cdot\text{м} = 15 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм};$$

$$W_x = \frac{M_{x \max}}{[\sigma]} = \frac{15 \cdot 10^6}{160} = 93700 \text{ мм}^3 = 93,7 \text{ см}^3$$

В соответствии с ГОСТ 8239—89 выбираем двутавр № 16 (см. приложение А).



## Пример 2.

Для заданной двух опорной балки (рис. 17, а) определить реакции опор, построить эпюры поперечных сил, изгибающих моментов и определить размеры поперечного сечения ( $h$ ,  $b$ ,  $d$ .) в форме прямоугольника или круга, приняв для прямоугольника  $h/b = 1,5$ . Считать  $[\sigma] = 160$  МПа.

- Последовательность решения задачи та же, что и в предыдущей задаче. Отличие лишь в том, что данную задачу начинают решать с определения реакций опор балки и проверки правильности найденных реакций.

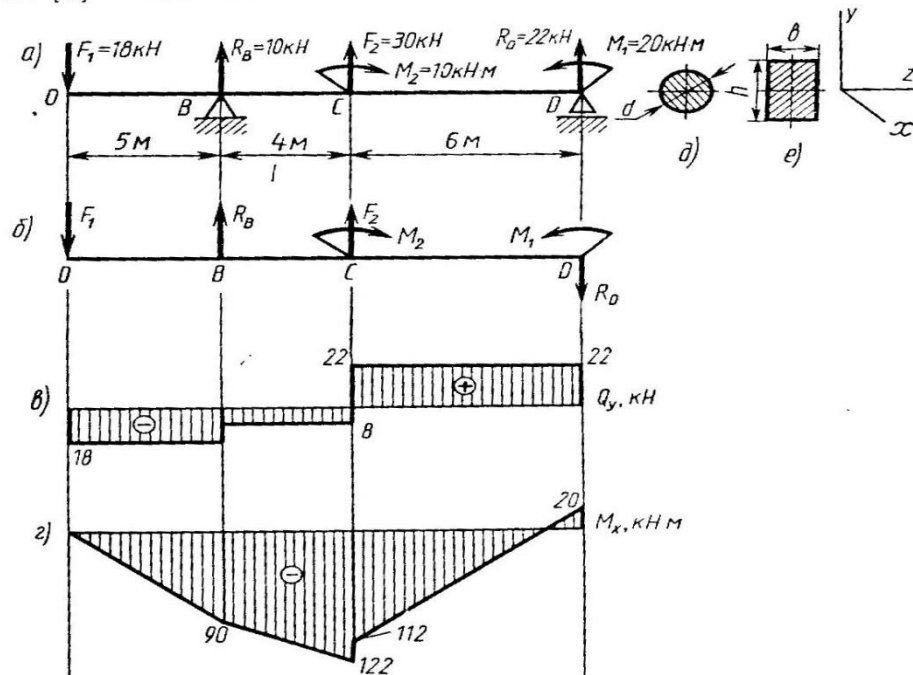


Рисунок 17

### Решение.

1. Определяем опорные реакции и проверяем их найденные значения:

$$\sum M_D = 0; \sum M_D = -M_1 + F_2 \cdot CD + M_2 + R_B \cdot BD - F_1 \cdot OD = 0;$$

$$R_B = \frac{M_1 - F_2 \cdot CD - M_2 + F_1 \cdot OD}{BD} = \frac{20 - 30 \cdot 6 - 10 + 18 \cdot 15}{10} = 10 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0; \sum M_B = -F_1 \cdot OB + M_2 - F_2 \cdot BC - R_D - M_1 = 0$$

$$R_D = \frac{-F_1 \cdot OB + M_2 - F_2 \cdot BC - M_1}{BD} = \frac{-18 \cdot 5 + 10 - 30 \cdot 4 - 20}{10} = -22 \text{ кН}$$

Так как реакция  $R_D$  получилась со знаком минус, то изменяем ее первоначальное направление на противоположное. Истинное направление реакции  $R_D$ —вниз (рис. 17, б).

Проверка:

$$\sum Y_0 = -F + R_B + F_2 - R_D = -18 + 10 + 30 - 22 = 0.$$

Условие статики  $\sum Y_i = 0$  выполняется, следовательно, реакции опор определены, верно.

При построении эпюр используем только истинные направления реакций опор.

2. Делим балку на участки по характерным сечениям  $O, B, C, D$  (рис. 17, б).

3. Определяем в характерных сечениях значения поперечной силы  $Q_y$  и строим эпюру слева направо (рис. 17, в):

$$Q_O^{\text{пр}} = -F_1 = -18 \text{ кН};$$

$$Q_B^{\text{лв}} = -F_1 = -18 \text{ кН};$$

$$Q_O^{\text{пр}} = -F_1 + R_B = -18 + 10 = -8 \text{ кН};$$

$$Q_C^{\text{лв}} = -F_1 + R_B = -18 + 10 = -8 \text{ кН};$$

$$Q_C^{\text{пр}} = -F_1 + R_B + F_2 = -18 + 10 + 30 = 22 \text{ кН};$$

$$Q_D^{\text{лв}} = -F_1 + R_B + F_2 = 22 \text{ кН}$$

4. Вычисляем в характерных сечениях значения изгибающего момента и строим эпюру (рис. 17, г):

$$M_O = 0;$$

$$M_B = -F_1 \cdot AB = -18 \cdot 5 = -90 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_C^{\text{лв}} = -F_1 \cdot OC + R_B \cdot BC = -18 \cdot 9 + 10 \cdot 4 = -122 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_C^{\text{пр}} = -F_1 \cdot OC + R_B \cdot BC + M_2 = -18 \cdot 9 + 10 \cdot 4 + 10 = -112 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_D^{\text{лв}} = -F_1 \cdot OD + R_B \cdot BD + M_2 + F_2 \cdot CD = -18 \cdot 15 + 10 \cdot 10 + 10 + 30 \cdot 6 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

5. Вычисляем размеры сечения данной балки из условий прочности на изгиб по двум вариантам:

а) сечение — прямоугольник с заданным соотношением сторон (рис. 17, е);

б) сечение — круг (рис. 17, д). Вычисление размеров прямоугольного сечения:

$$W_x = \frac{M_{x \max}}{[\sigma]} = \frac{122 \cdot 10^6}{160} = 0.762 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$$

Используя формулу  $W_x = \frac{bh^2}{6}$  и учитывая, что  $h = 1,56$ , находим

$$b = \sqrt[3]{\frac{6 W_x}{2.25}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 0.762 \cdot 10^6}{2.25}} = 10^2 \sqrt[3]{2.06} = 127 \text{ мм}$$

Используя формулу  $W_x = \frac{\pi d^3}{32}$ , находим диаметр круглого сечения

$$d = \sqrt[3]{\frac{32W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 0.762 \cdot 10^6}{3.14}} = 196 \text{ мм.}$$

Принимает по ГОСТ 6636-69 диаметр вала равный 200 мм.

### 3.Вопросы к экзамену

1. Статика. Механическое движение, материальная точка, система материальных точек. Абсолютно твердые и деформируемые тела; сила – вектор. Система сил. Эквивалентность сил. Равнодействующая сила. Уравновешивающая сила. Основные задачи статики
2. Аксиомы статики. Связи и их реакции
3. Плоская система сходящихся сил: определение, геометрический метод сложения сил, приложенных в одной точке. Условие равновесия системы сходящихся сил
4. Проекция силы на ось. Проекция векторной суммы на ось. Аналитическое определение значения и направления равнодействующей плоской системы сходящихся сил (метод проекций)
5. Уравнения равновесия плоской системы сходящихся сил
6. Пара сил и моменты сил: пара сил и ее действие на тело; эквивалентность пар. Сложение и равновесие пар сил на плоскости. Момент сил относительно точки и оси
7. Система произвольно расположенных сил: приведение силы к точке; приведение плоской системы сил к данной точке Теорема о моменте равнодействующей плоской системы сил (теорема Вариньона)
8. Условия равновесия произвольной плоской системы сил: главный вектор и главный момент. Три формы, которыми могут быть представлены уравнения равновесия произвольной плоской системы сил
9. Пространственная система сил: определение; главный вектор и главный момент. Условия равновесия пространственной произвольной системы сил
10. Реальные связи. Трение скольжения и его законы (сила трения, угол трения, коэффициент трения). Условия самосторможения
11. Центр тяжести тела: определение; центр параллельных сил и его координаты. Статические моменты площадей относительно осей; свойство статического момента
12. Основные понятия и определения в кинематике (траектория, расстояние, путь, время, скорость и ускорение). Способы задания движения точки и их характеристика
13. Скорость и ускорение точки. Классификация движения точки в зависимости от скорости и ускорения
14. Поступательное движение твердого тела и его свойства. Вращение тела вокруг неподвижной оси. Определение угловой скорости и углового ускорения при вращательном движении твердого тела

15. Сложное движение точки: переносное, относительное и абсолютное. Теорема о сложении скоростей и ускорений точки в сложном движении (без вывода)
16. Плоскопараллельное движение твердого тела: понятие; разложение плоскопараллельного движения (поступательное и вращательное). Определение скорости любой точки тела. Мгновенный центр скоростей (МЦС): определение; правила, по которым можно найти положение МЦС
17. Основные понятия и аксиомы динамики. Движение материальной точки: идеальные и реальные связи. Принцип Д'Аламбера (метод кинетостатики)
18. Работа сил при поступательном и вращательном движении тела. Мощность при поступательном и вращательном движении тела. Коэффициент полезного действия (К.П.Д.)
19. Общие теоремы динамики: теорема об изменении количества движения точки; теорема об изменении кинетической энергии точки
20. Сопротивление материалов: понятие о деформации в упругом теле. Задачи сопротивления материалов. Основные допущения и гипотезы о свойствах материалов. Метод сечений
21. Виды нагружений. Напряжения: полное, нормальное и касательное. Коэффициент запаса прочности
22. Нормальные силы и напряжения в поперечном сечении бруса. Напряженное состояние при одноосном растяжении
23. Напряжения в поперечных сечениях растянутого (сжатого) бруса. Эпюры нормальных сил и напряжений по длине бруса. Расчеты на прочность при растяжении и сжатии
24. Перемещения и деформация при упругом растяжении и сжатии. Закон Гука
25. Модуль продольной упругости (модуль Юнга). Коэффициент Пуассона. Жесткость сечения бруса
26. Статические испытания материалов. Основные механические характеристики
27. Статически неопределимые системы. Температурные напряжения в статически неопределимых системах
28. Расчеты на срез и смятие: понятие о срезе и смятии, основные расчетные предпосылки. Условия прочности при срезе и смятии
29. Чистый сдвиг. Закон Гука при сдвиге
30. Кручение: основные понятия. Эпюры крутящих моментов. Расчеты на прочность и жесткость при кручении бруса круглого сечения
31. Основные допущения при кручении. Закон Гука при кручении. Геометрические характеристики плоских сечений: статические моменты плоских сечений
32. Изгиб: основные понятия (поперечный и чистый изгиб). Поперечные силы и изгибающие моменты в сечениях балок. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов по характерным точкам



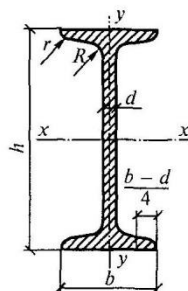
33. Нормальные напряжения при изгибе. Расчет на прочность при поперечном изгибе
34. Сложные виды деформированного состояния: понятие о сложном деформированном состоянии. Гипотезы прочности и их значение
35. Устойчивость сжатых стержней: понятие о продольном изгибе. Критическая сила. Формула Эйлера. Предел применимости формулы Эйлера. Эмпирические формулы для критических напряжений
36. Детали машин: основные понятия и определения (деталь, сборочная единица, агрегат, привод, машина). Силы, действующие в зубчатых передачах
37. Классификация машин. Способы изготовления деталей машин
38. Машиностроительные материалы (сплавы металлов, неметаллы, композиты)
39. Критерии работоспособности деталей машин. Причины выхода из строя деталей машин. Способы упрочнения деталей машин
40. Классификация деталей машин. Сравнительная характеристика механических передач
41. Фрикционные передачи. Классификация, достоинства и недостатки
42. Зубчатые передачи. Классификация, область применения, достоинства и недостатки. Порядок расчета открытых передач
43. Зубчатые передачи. Классификация, область применения, достоинства и недостатки. Порядок расчета закрытых передач
44. Цепные передачи. Классификация, область применения, достоинства и недостатки. Конструкция цепей, способы натяжения
45. Ременные передачи. Классификация, область применения, достоинства и недостатки. Конструкция, способы натяжения. Расчет передаточного числа
46. Червячные передачи. Классификация, область применения, достоинства и недостатки. Конструкция, геометрия, расчет температурного режима
47. Волновые передачи. Классификация, область применения, достоинства и недостатки. Конструкция. Расчет передаточного числа
48. Вариаторы. Область применения. Классификация, конструкция
49. Валы и оси. Классификация, конструкция, предварительный расчет
50. Валы и оси. Классификация, конструкция, проектный расчет
51. Подшипники качения. Достоинства и недостатки. Классификация, конструкция. Расчет долговечности
52. Подшипники качения. Достоинства и недостатки. Классификация, конструкция. Маркировка
53. Подшипники скольжения. Достоинства и недостатки. Классификация, конструкция. Материалы вкладышей. Расчет
54. Муфты. Классификация, конструкция, подбор, проверка
55. Резьбовые изделия. Профили резьб, основные геометрические параметры метрической резьбы. Расчет резьбовых соединений
56. Шпоночные соединения. Достоинства и недостатки. Классификация, конструкция, проверка прочности

- 57. Шлицевые соединения. Достоинства и недостатки. Классификация, конструкция, проверка прочности
- 58. Заклепочные и сварные. Достоинства и недостатки, область применения. Способы выполнения соединений
- 59. Паяные и клеевые соединения. Достоинства и недостатки, область применения. Способы выполнения соединений
- 60. Кинематические схемы одно-, двух-, трех- ступенчатых редукторов. Название, краткая характеристика

## **Приложение А**

(справочное)

Сталь прокатная — балки двутавровые (ГОСТ 8239—72)



Обозначения:

$h$  — высота балки;  
 $b$  — ширина полки;  
 $d$  — толщина стенки;  
 $t$  — средняя толщина полки;  
 $R$  — радиус внутреннего закругления;  
 $r$  — радиус закругления полки;  
 $J$  — момент инерции;  
 $W$  — момент сопротивления;  
 $S$  — статический момент полусечения;  
 $i$  — радиус инерции.

Номер профиля	Масса 1 м дли- ны, кг	Размеры, мм						Пло- щадь сече- ния, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей						
		<i>h</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>		<i>x — x</i>				<i>y — y</i>		
									<i>J<sub>x</sub></i> , см <sup>2</sup>	<i>W<sub>x</sub></i> , см <sup>3</sup>	<i>i<sub>x</sub></i> , см	<i>S<sub>x</sub></i> , см <sup>3</sup>	<i>J<sub>y</sub></i> , см <sup>4</sup>	<i>W<sub>y</sub></i> , см <sup>3</sup>	<i>i<sub>y</sub></i> , см
10	9,46	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	18,4	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18а	19,9	180	100	5,1	8,3	9,0	3,5	25,4	1430	159,0	7,51	89,8	114,0	22,8	2,12
20	21,0	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,1	2,07
20а	22,7	200	110	5,2	8,6	9,5	4,0	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	24,0	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22а	25,8	220	120	5,4	8,9	10,0	4,0	32,8	2790	254	9,22	143	106	34,3	2,50
24	27,3	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24а	29,4	240	125	5,6	9,8	20,5	4,0	37,5	3800	317	10,10	178	260	41,6	2,63
27	31,5	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	5010	371	11,20	210	260	41,5	2,54
27а	33,9	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2	5500	407	11,30	229	337	50,0	2,80
30	36,5	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	7080	472	12,30	268	337	49,9	2,69
30а	39,2	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9	7780	518	12,50	292	436	60,1	2,95
33	42,2	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	9840	597	13,50	339	419	59,9	3,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	13380	743	14,70	423	516	71,1	2,89
40	57,0	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	19062	953	16,20	545	667	86,1	3,03
45	66,5	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	27696	1231	18,10	708	808	101,0	3,09
50	78,5	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100	39727	1589	19,90	919	1043	123,0	3,23
55	92,6	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118	55962	2035	21,80	1181	1356	151,0	3,39
60	108,0	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138	76806	2560	23,60	1491	1725	182,0	3,54

## Рекомендуемая литература

### Основная литература:

3. Максина, Е. Л. Техническая механика : учебное пособие для СПО / Е. Л. Максина. — Саратов : Научная книга, 2019. — 159 с. — ISBN 978-5-9758-1899-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/87082.html>

4. Королев, П. В. Техническая механика : учебное пособие для СПО / П. В. Королев. — Саратов : Профобразование, Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 111 с. — ISBN 978-5-4488-0672-8, 978-5-4497-0264-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/88496.html>

### Дополнительная литература

2. Сафонова Г.Г. Техническая механика: учеб. для сред. проф. образован. – М.: ИНФРА-М, 2015, - 318 с. – 18 экз

Калентьев, В. А. Техническая механика : учебное пособие для СПО / В. А. Калентьев. — Саратов : Профобразование, 2020. — 110 с. — ISBN 978-5-4488-0904-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOO