



---

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ**  
**ФГБОУ ВО «Брянский государственный технический университет»**  
**(БГТУ)**

---

Политехнический колледж (ПК БГТУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Ректор ФГБОУ ВО БГТУ

\_\_\_\_\_ О.Н. Федонин

«30» апреля 2021г.

**Методические рекомендации**  
**по выполнению практических занятий**  
**учебной дисциплины**  
**ОП.03. Техническая механика**

Специальность:	<b>15.02.12.« Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям)»</b>
Уровень образования выпускника:	среднее профессиональное образование (СПО)
Программа подготовки специалиста среднего звена (ППССЗ):	базовая
Присваиваемая квалификация:	Техник - механик
Форма обучения:	очная
Срок получения СПО по ППССЗ:	3 года 10 месяцев
Уровень образования, необходимый для приема на обучение по ППССЗ:	основное общее образование
Год приема на обучение на 1-й курс:	2021

Брянск 2021

**Методические рекомендации по выполнению практических  
занятий учебной дисциплины ОП. 03. Техническая механика  
(далее — РП) для специальности 15.02.01.« Монтаж и техническая  
эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям)»**

Разработал

– преподаватель ПК БГТУ

В. А. Сиротина

РП рассмотрена и одобрена на заседании  
предметно-цикловой комиссии  
«Автоматизация технологических процессов и  
производств» ПК БГТУ (далее — ПЦК)

от «30» 04 2021 г., протокол № 10

Председатель ПЦК

П.П.Антропов

Согласовано:

Заместитель директора ПК БГТУ  
по учебно-методической работе

Т.Е. Балашова

© В. А. Сиротина

© ФГБОУ ВО «Брянский государственный  
технический университет»

## Содержание

Введение	4
Оформление отчета студента	8
Схема отчета	10
1. Аналитическое условие равновесия плоской системы сходящихся сил	11
2. Определение реакции опор балочной системы	26
3. Растяжение и сжатие: расчеты бруса на прочность и жесткость	37
4. Кручение: расчёты на прочность и жесткость	46
5. Изгиб: расчёты на прочность. Выбор рациональных сечений	53
Приложения	62
Список литературы	75

## Введение

Методические рекомендации по выполнению практических занятий составлены в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом, рабочим учебным планом, рабочей программой и календарно-тематическим планом учебной дисциплины ОП.03 «Техническая механика» по специальности 15.02.01 «Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям)», (базовая подготовка).

Практические занятия относятся к основным видам учебных занятий и составляют важную часть практической подготовки будущих специалистов. Главными задачами изучения курса «Техническая механика» является изучение основных законов и теорем механики, а также развитие у студентов умения применять их к решению практических задач. Следует иметь в виду, что для понимания теорем и выводов технической механики необходимы сведения из математики, физики, высшей математики (аналитическая геометрия, дифференциальное и интегральное исчисление). Недостаточные знания этих дисциплин могут привести к сложностям при изучении механики и трудностям при решении практических задач.

Ведущей дидактической целью предлагаемых практических занятий является закрепление теоретических знаний по дисциплине и привитие практических умений, способствующих формированию общих и профессиональных компетенций, необходимых в последующей профессиональной деятельности выпускника.

В соответствии с ведущей дидактической целью содержанием практических занятий являются: решение практических задач, анализ полученного решения, сравнения методов решения, определение границ их применения, работа с Интернет-ресурсами, составление простейших программ с использованием ПК, проведение простейших исследовательских работ.

### Задачи выполнения практических занятий:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплины;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;

- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;
- совершенствование умений и навыков самостоятельной работы с научной, справочной, методической литературой, Интернет-ресурсами и другой информацией, необходимой для повышения эффективности профессиональной деятельности, профессионального самообразования и саморазвития;
- формирование творческого подхода к составлению алгоритмов решения математических задач;
- формирование у студентов навыков исследовательской деятельности;
- выработка при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, коммуникабельность, мобильность, конкурентоспособность, ответственность, точность, творческая инициатива.

В методических рекомендациях представлены 5 тем практических занятий, которые включают цели, средства обучения, содержание, алгоритм выполнения, методические указания к их выполнению, контрольные вопросы, список рекомендуемой литературы, критерии оценивания работы студентов на практических занятиях, контроль и оценка результатов выполнения практических занятий по дисциплине.

Предлагаемые практические занятия носят репродуктивный, частично-поисковый и поисковый характер. Формами организации студентов на практических занятиях являются: фронтальная, групповая и индивидуальная.

При самостоятельной подготовке студентов к практическим занятиям предусматривается изучение рекомендуемой литературы.

В ходе практических занятий студенты в тетрадях для выполнения практических работ записывают задания, решают предложенные задания и проводят анализ их решения.

Общие методические указания по выполнению практических занятий

При самостоятельной подготовке к практическим занятиям необходимо составить план работы, повторить лекционный материал, при необходимости подобрать дополнительную литературу

Для практических занятий студенту необходимо завести тетрадь, где на первой странице указываются фамилия, инициалы студента, название изучаемой дисциплины, вариант, на второй указывается перечень выполняемых заданий. Оформлять выполненные задания следует аккуратно, не нарушая логики решения задания.

В ходе практических занятий студенты в тетрадях для выполнения практических работ записывают задания, выполняют их в соответствии с целями, предложенными алгоритмом и критериями, заносят данные о выполнении, результаты выполненной работы и их анализ. Затем все это переносится на листы стандартного формата А4.

Оценки за выполнение практических занятий выставляются по пятибалльной системе и учитываются как показатели текущей успеваемости студентов.

Критерии оценивания работы обучающихся на практическом занятии:

- Оценка «отлично» ставится, если обучающийся:
  - самостоятельно и правильно выполнил все задания;
  - правильно, с обоснованием сделал выводы по выполненной работе;
  - правильно и доказательно ответил на все контрольные вопросы.
- Оценка «хорошо» ставится в том случае, если:
  - правильно выполнил все задания;
  - сделал выводы по выполненной работе;
  - правильно ответил на все контрольные вопросы.
- Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся:
  - правильно выполнил задание, возможно кроме одного;
  - сделал поверхностные выводы по выполненной работе;
  - ответил не на все контрольные вопросы.
- Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся:
  - неправильно выполнил задания;
  - не сделал или сделал неправильные выводы по работе;
  - не ответил на контрольные вопросы.

Требования к результатам выполнения практических занятий по дисциплине  
ОП.03 «Техническая механика»

В процессе подготовки и выполнения практических занятий, обучающиеся должны овладеть следующими умениями:

- выполнять расчеты на прочность, жесткость, устойчивость элементов конструкций;
  - определять аналитическим способом усилия в стержнях, опорные реакции балок;
  - строить эпюры нормальных напряжений, изгибающих моментов и др.;
- знаниями:
- законы механики деформируемого твердого тела, виды деформаций, основные расчеты;
  - определение направления реакций, связи;
  - определение момента силы относительно точки, его свойства;
  - типы нагрузок и виды опор балок;
  - моменты инерций простых сечений элементов и др.

### Перечень практических занятий

Таблица 1

№ занятия	Тема	Количество часов
1	Аналитическое условие равновесия плоской системы сходящихся сил	4
2	Определение реакции опор балочной системы	4
3	Растяжение и сжатие: расчеты бруса на прочность и жесткость	2
4	Кручение: расчёты на прочность и жесткость	2
5	Изгиб: расчёты на прочность. Выбор рациональных сечений	4
	Всего	16

### Список рекомендуемой литературы

- Основные источники:

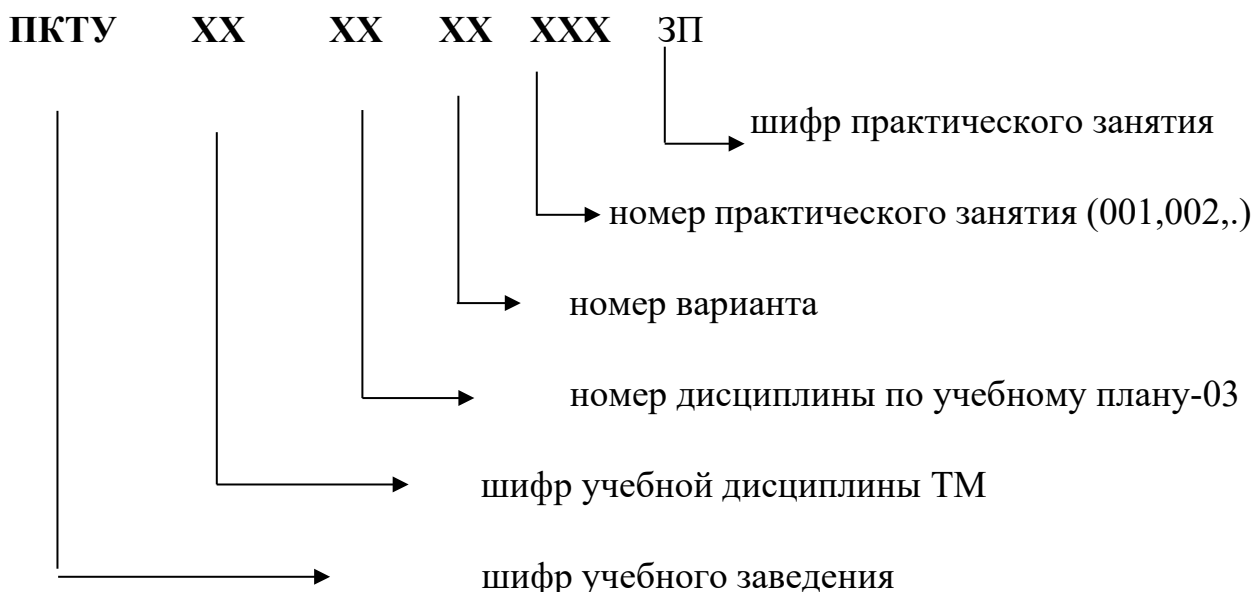
1. Аркуша А.И., Фролов М.И. Техническая механика – М., 1983
2. Сафонова Г.Г., Артюховская Т.Ю., Ермаков Д.А. Техническая механика: Учебник. – М.: ИНФРА – М, 2015.

- Дополнительные источники:

1. Аркуша А.И. Техническая механика. – М.: Высшая школа. 2012.
  2. Вереина Л. И. Техническая механика: Учеб. для нач. проф. образования.-
  - 3.Эрдеди А.А. Техническая механика. Сопротивление материалов: Учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования, 2012.
- Мультимедиа и Интернет - ресурсы:

#### Оформление отчёта студента и требования к оформлению отчета

- a) После выполнения практического занятия студент составляет отчет, который оформляется в соответствии с ГОСТ 2.105-95 «Общие требования к текстовым документам», на листах стандартного формата А4 (297х210) с основной надписью с соблюдением правил орфографии;
- b) Первый и последующий листы имеют рамку и основную подпись согласно ГОСТ 2.104-68 рис.1, 2;
- c) Отчет пишется чернилами или пастой черного или синего цвета. Текст должен быть написан чётким, понятным подчерком. Схемы, эскизы, таблицы выполняются карандашом с помощью чертежных инструментов;
- d) Разрешается двухстороннее заполнение листов отчета;
- e) Каждый отчёт обозначается следующим образом (см. схему ниже);
- f) Если практических занятий более 3-х, то все отчёты, подписанные преподавателем, хранятся у студента. При завершении изучения учебной дисциплины отчеты складываются по порядку и брошюруются;

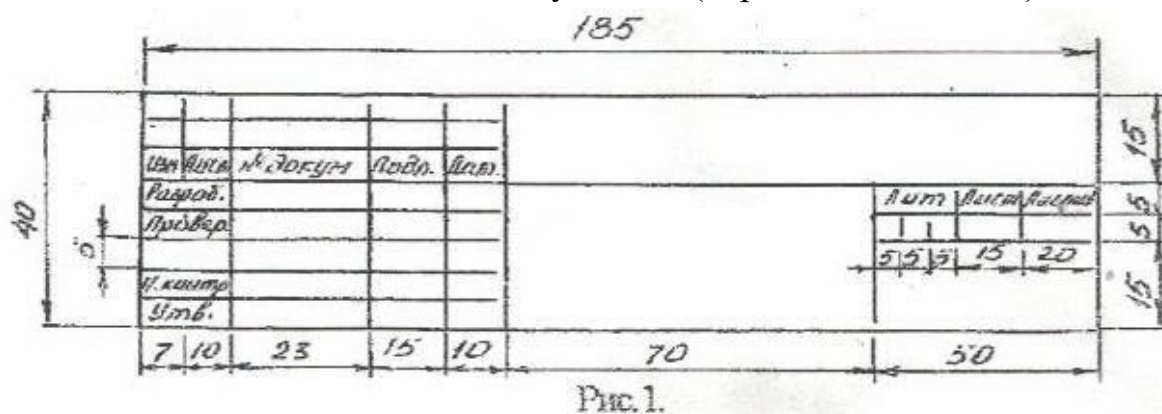




к) Журнал обозначается так же, как и отчёт, только в последней группе шифр записывается «000»;

п) Рисунок 1

Основная подпись для текстовых документов (первый и заглавный)



Основная подпись для текстовых документов (последующие листы). Рис.2

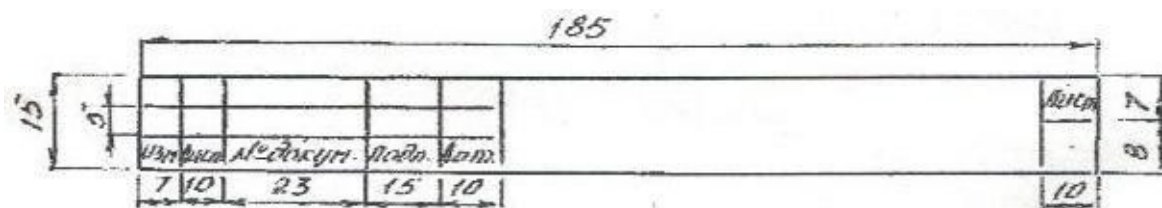


Рисунок 2

- г) Текст должен быть написан четким, понятным почерком. Схемы, эскизы, таблицы выполняются карандашом с помощью чертежных инструментов;
- h) В тексте не должно быть сокращений за исключением сокращений, установленных ГОСТ 2.316-68;
- і) Значение символов и числовых коэффициентов, входящих в формулу, должно быть пояснено непосредственно под формулой. Пояснение каждого символа дается в той последовательности, в какой производится в формуле. Первая строка расшифровки должна начинаться со слов «где» без двоеточия после него.
- ј) При использовании литературных, справочных материалов необходимо делать ссылку с указанием страниц, номеров, таблиц. Например: [2, с.13] или [2, табл. 15], где цифра 2- номер литературы в перечне использованной литературы, приводимой в конце отчёта
- р) Отчеты по практическим занятиям складывают по порядку и брошюруют

- q) По результатам каждой работы проводится дифференцированный зачёт;
- r) Титульный лист оформляется в соответствии с приложением №
- s) Невыполнение какого-либо из приведенных выше требований является основанием для того, чтобы работа не была зачтена;
- t) При небрежном выполнении рисунков (например, чернилами от руки) или отсутствии необходимых пояснений к решению задач работа будет возвращена без рассмотрения;
- u) В том случае, когда задания выполнены студентом не по своему варианту или самостоятельно и недобросовестно, ему будет предложено индивидуальное задание.

#### Схема отчета

- a) Номер практического занятия (указывается в штампе, см. форму 2);
- b) Наименование практического занятия;
- c) Цель занятия;
- d) Материальное и документальное обеспечение;
- e) Задания (условие задачи и схема, на которой необходимо показать все заданные и искомые силы, выбранные оси координат);
- f) Решения предложенных заданий должны быть снабжены краткими пояснениями, и все вычисления проведены до конца;  
В процессе решения задач необходимо первоначально составить формулы с буквенными значениями, а потом и с числовыми значениями; Все величины должны подставляться и вычисляться до третьей значащей цифры, что вполне обеспечивает необходимую точность технических расчетов;
- g) Проведение анализа проведенных расчетов
- h) Выводы и заключения

## Практическое занятие № 1

Тема: Аналитическое условие равновесия плоской системы сходящихся сил

Цель: Обеспечить закрепление полученных теоретических знаний и привитие умений в определении равнодействующей сходящихся сил аналитическим методом

Продолжительность – 4 часа

### 1. Материальное и документальное обеспечение:

- 1.1 Индивидуальное задание;
- 1.2 Методические рекомендации к практическому занятию;
- 1.3 Микрокалькуляторы;
- 1.4 Брадис В.М. «Четырехзначные математические таблицы», М., 1968
- 1.5 Листы стандартного формата А4 (297\*210) для текстового документа по ГОСТ 2.105 - 95

### 2 Литература

[1], с.28...34

### 3 Общие и теоретические положения по теме практического занятия

Величина проекции силы на ось равна произведению модуля этой силы на косинус угла между направлением силы и положительным направлением оси.

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

Определим величины и знаки проекций представленных на рисунке сил (в общем виде, рис. 1).

Проекция сил на ось X:

- 1) Сила  $F_1$  параллельна оси и направлена в сторону положительного отсчета оси, т. е.  $\alpha = 0$ , а  $\cos 0 = 1$ . Поэтому

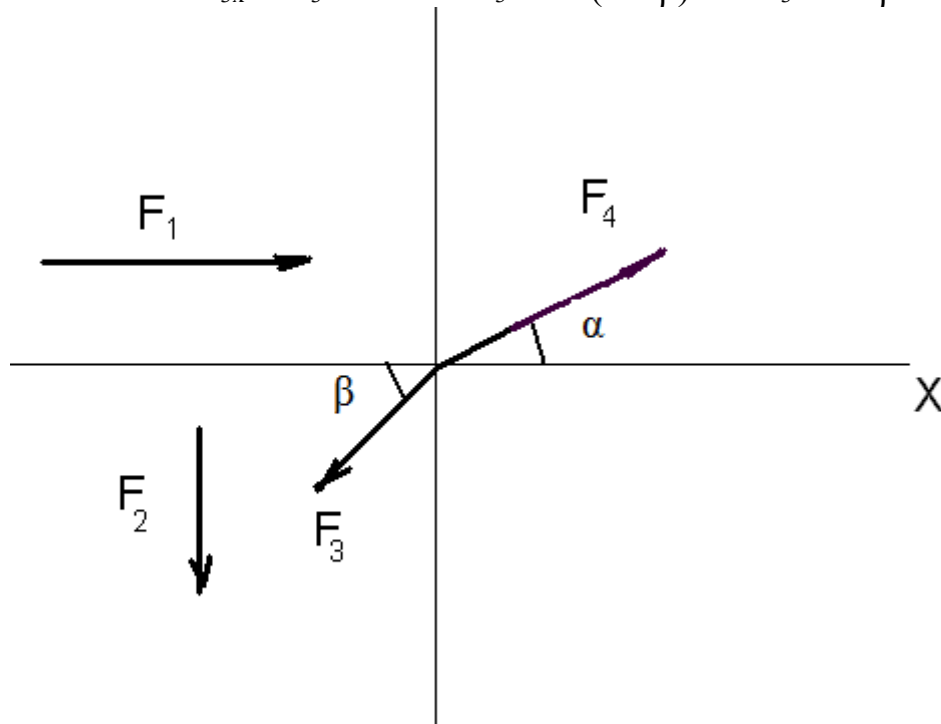
$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos 0 = F_1$$

- 2) Сила  $F_2$  перпендикулярна оси x, т. е. угол  $\alpha = 90^\circ$ , тогда  $\cos 90^\circ = 0$  и

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos 90^\circ = 0$$

- 3) Сила  $F_3$  образует с положительным направлением оси угол  $\alpha$ , который  $\pi/2 < \alpha < \pi$ . Следовательно,

$$F_{3x} = F_3 * \cos \alpha = F_3 * \cos (\pi - \beta) = - F_3 * \cos \beta$$



Итак, проекция  $F_{3x}$  отрицательна, если отсчет длины проекции от точки начала вектора к его концу, противоположен положительному направлению оси.

- 4) Сила  $F_4$  образует с положительным направлением оси угол  $\alpha < 90^\circ$  (острый угол) и направление ее совпадает с положительным направлением оси, тогда

$$F_{4x} = F_4 * \cos \alpha$$

Проекция сил на ось Y:

- Проекция силы  $F_{1y} = 0$ , т. к. сила  $F_1$  перпендикулярна оси Y;
- Сила  $F_2$  параллельна оси Y и направлена в сторону противоположную положительному отсчету оси, т. е.  $\alpha = 0$ , а  $\cos 0 = 1$ . Поэтому  $F_{2y} = - F_2$ ;
- Проекция силы  $F_3$  будет также отрицательна, т. к. направление ее не совпадает с положительным направлением оси Y и составит

$$F_{3y} = - F_3 * \sin \beta$$

- Проекция силы  $F_4$

$$F_{4y} = F_4 * \sin \alpha$$

Спроецировав силы на оси координат, получим и проекции равнодействующей силы:

- *Проекция равнодействующей системы сходящихся сил на каждую из осей координат равна алгебраической сумме проекций составляющих сил на ту же ось:*

$$R_x = \Sigma F_x ;$$

$$R_y = \Sigma F_y.$$

- *Модуль равнодействующей системы сходящихся сил равен корню квадратному из суммы квадратов ее проекций на две взаимно перпендикулярные оси:*

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \text{ или } R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

- *Направление равнодействующей определяется с помощью так называемых направляющих косинусов:*

$$\cos \varphi_x = R_x / R$$

$$\cos \varphi_y = R_y / R$$

Причем, косинус угла, образуемого вектором равнодействующей с положительным направлением оси, равен отношению проекции равнодействующей на эту ось к модулю самой равнодействующей

Из выше приведенных выражений непосредственно вытекает условие равновесия плоской системы сходящихся сил в аналитической форме.

*Условие равновесия плоской системы сходящихся сил:*

Для равновесия плоской системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы проекций всех сил системы на каждую из двух осей координат были равны нулю, т. е..

$$\Sigma F_x = 0; \Sigma F_y = 0, \text{ или}$$

$$R_x = 0; \text{ и } R_y = 0$$

### Задание № 1

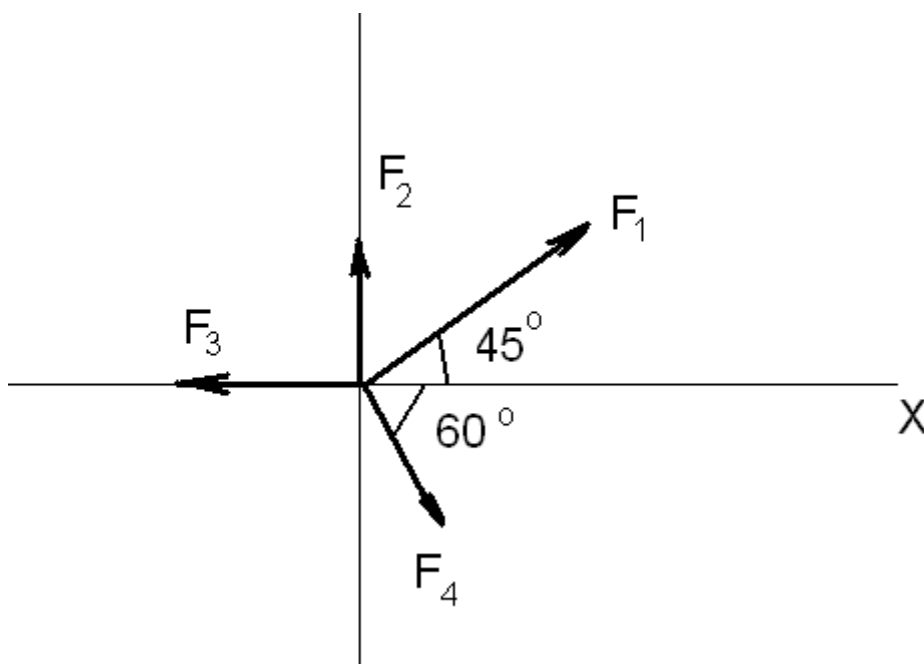
Определите величину и направление равнодействующей плоской системы сходящихся сил аналитическим способом

Таблица № 1

варианты										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
F <sub>1</sub> , 5 кН	5	8	10	20	10	12	9	11	18	4
F <sub>2</sub> , 12 Н	12	10	14	10	12	5	5	15	10	20
F <sub>3</sub> ,	10	5	6	9	8	10	12	5	15	7

10кН  
F<sub>4</sub>,  
11кН

11      14      7      4      15      20      10      9      6      15



### Задание №2.

#### Методические указания к решению задачи №2

##### *Последовательность решения задачи:*

- 1) освободить шарнир от связей и изобразить действующие на него активные силы и реакции отброшенных связей. Причем реакции стержней следует направить от шарнира, т. к. принято считать предположительно стержни растянутыми;
- 2) выбрать систему координат, совместив ее начало с точкой пересечения сил. Причем выбираем ось так, чтобы одна из осей (ось X или ось Y) совпадала с направлением какой-либо неизвестной силы.
- 3) составить уравнения равновесия, используя условия равновесия системы сходящихся сил на плоскости:

$$\Sigma F_x = 0; \Sigma F_y = 0,$$

- 4) проверить правильность полученных результатов по уравнению, которое не использовалось при решении задачи. Для этого нужно провести новую ось координат, например  $X^1$  и заново составить уравнение равновесия, например,

$$\Sigma F_{x^1} = 0$$

### Пример решения задачи

Пример 1. Определить реакции стержней, удерживающих грузы  $F_1 = 70$  кН и  $F_2 = 100$  кН (рис. 1, а). Массой стержней пренебречь.

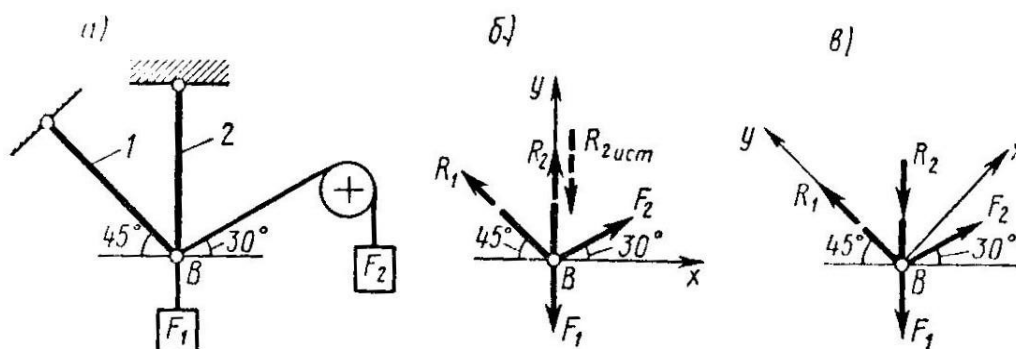


Рис. 1

### Решение:

1. Рассматриваем равновесие шарнира В (рисунок 1, а).

2. Освобождаем шарнир В от связей и изображаем действующие на него активные силы и реакции связей (рисунок 1, б).

3. Выбираем систему координат, совместив ось у по направлению с реакцией  $R_2$  (рисунок 1, б) и составляем уравнения равновесия для системы сил, действующих на шарнир В:

$$\sum F_{ix} = -R_1 \cdot \cos 45^\circ + F_2 \cdot \cos 30^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{iy} = R_1 \cdot \sin 45^\circ + R_2 + F_2 \cdot \sin 30^\circ - F_1 = 0 \quad (2)$$

4. Определяем реакции стержней  $R_1$  и  $R_2$ , решая уравнения (1), (2).

Из уравнения (1)

$$R_1 = \frac{F_2 \cdot \cos 30^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{100 \cdot 0,866}{0,707} = 122 \text{ кН}$$

Подставляя найденное значение  $R_1$  в уравнение (2), получаем

$$R_2 = F_1 - F_2 \sin 30^\circ - R_1 \cdot \sin 45^\circ = 70 - 100 \cdot 0,5 - 122 \cdot 0,707 = -66,6 \text{ кН}$$

Знак минус перед значением  $R_2$  указывает на то, что первоначально выбранное направление реакции неверное - следует направить реакцию  $R_2$  в противоположную сторону, т. е. к шарниру В (на рисунке 1,б истинное направление реакции  $R_2$  показано штриховым вектором).

5. Проверяем правильность полученных результатов, выбрав новое

расположение осей координат  $x$  и  $y$  (рис. 1,в). Относительно этих осей составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{ix} = -R_2 \cos 45^\circ + F_2 \cos 15^\circ - F_1 \cos 45^\circ = 0 \quad (3)$$

$$\sum F_{iy} = R_1 - F_1 \cos 45^\circ - R_2 \cos 45^\circ - F_2 \cos 75^\circ = 0 \quad (4)$$

Из уравнения (3) находим

$$R_2 = \frac{F_1 \cdot \cos 15^\circ - F_1 \cdot \cos 45^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{100 \cdot 0.965 - 70 \cdot 0.707}{0.707} = 66,6 \text{ кН}$$

Подставляя найденное значение  $R_2$  в уравнении (4), получаем

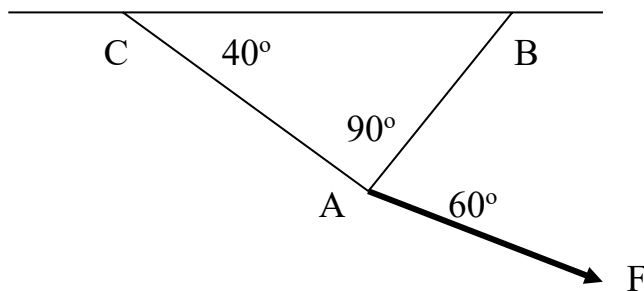
$$R_1 = F_1 \cdot \cos 45^\circ + R_2 \cdot \cos 45^\circ + F_2 \cdot \cos 75^\circ = 70 \cdot 0,707 + 66,6 \cdot 0,707 + 100 \cdot 0,258 = 122 \text{ кН}$$

Значения реакций  $R_1$  и  $R_2$ , полученные при решении уравнений (1) и (2), совпадают по величине и направлению со значениями, найденными из уравнений (3) и (4), следовательно, задача решена правильно. Следовательно, реакции связей найдены, верно.

#### Вариант №1

Определить усилия в стержнях АС и АВ, возникающие от силы  $F$ , приложенной к узлу А, аналитическим методом

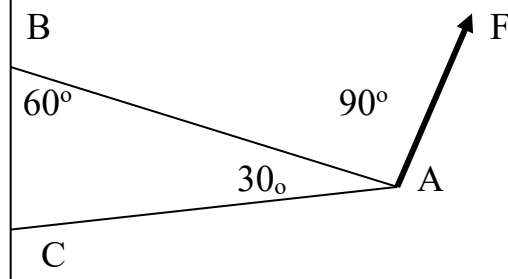
Дано:  $F = 45 \text{ кН}$ .



#### Вариант №2

Определить усилия в стержнях АС и АВ, возникающие от силы  $F$ , приложенной к узлу А, аналитическим и графическим методами

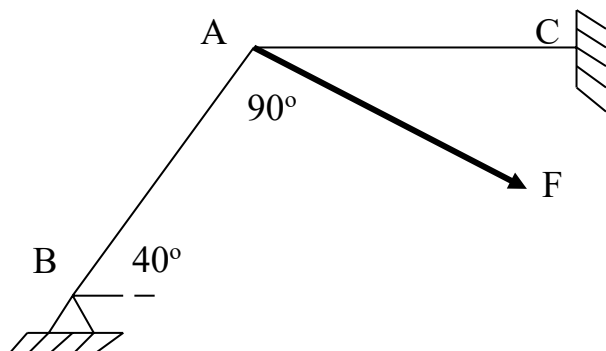
Дано:  $F = 70 \text{ кН}$ .





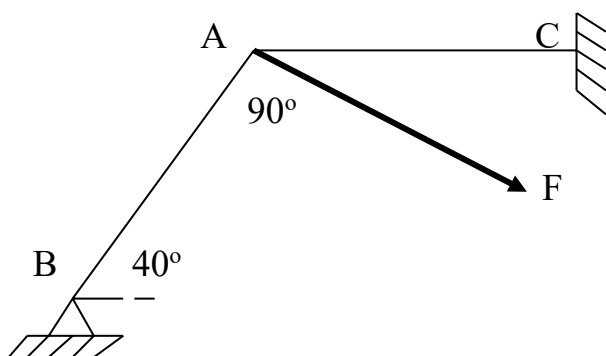
### Вариант № 3

Определить усилия в стержнях AC и AB, возникающие от силы F, приложенной к узлу A, аналитическим методом  
Дано:  $F = 40$  кН.



### Вариант № 4

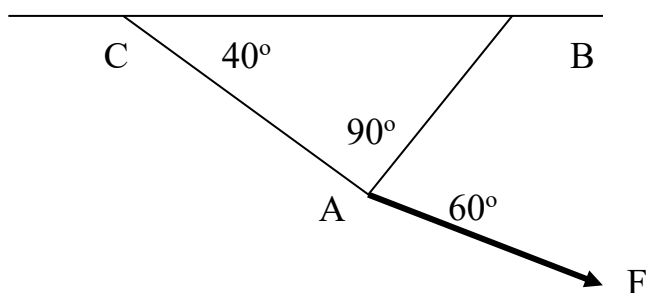
Определить усилия в стержнях AC и AB, возникающие от силы F, приложенной к узлу A, аналитическим методом  
Дано:  $F = 60$  кН.



### Вариант № 5

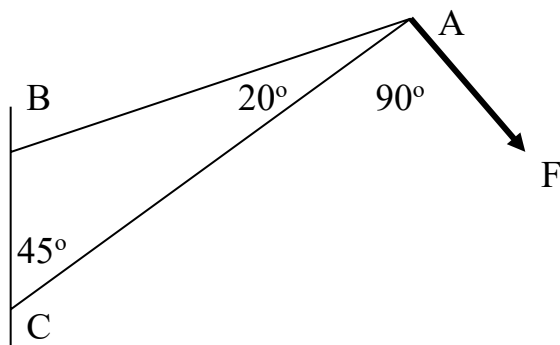
Определить усилия в стержнях AC и AB, возникающие от силы F, приложенной к узлу A, аналитическим и методом

Дано:  $F = 55$  кН.



### Вариант № 6

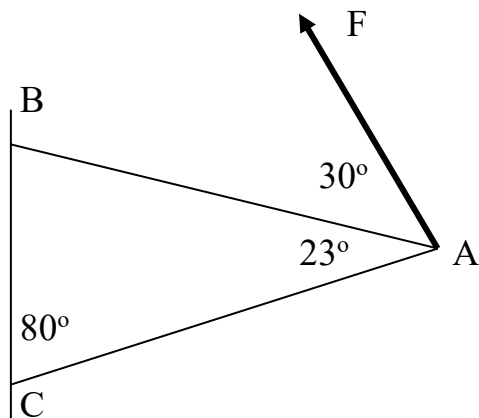
Определить усилия в стержнях AC и AB, возникающие от силы F, приложенной к узлу A, аналитическим методом  
 Дано:  $F = 95 \text{ кН}$ .



#### Вариант № 7

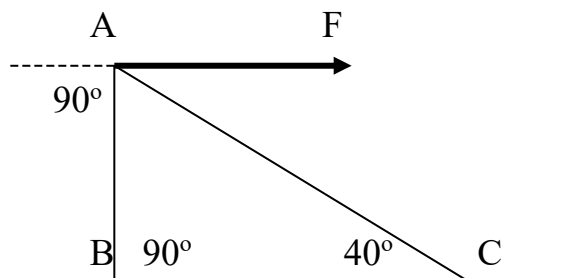
Определить усилия в стержнях AC и AB, возникающие от силы F, приложенной к узлу A, аналитическим методом

Дано:  $F = 35 \text{ кН}$ .



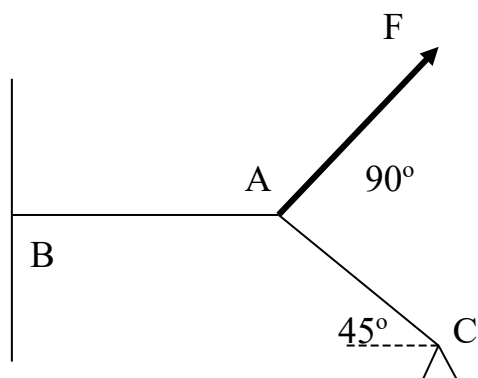
#### Вариант № 8

Определить усилия в стержнях AC и AB, возникающие от силы F, приложенной к узлу A, аналитическим методом  
 Дано:  $F = 25 \text{ кН}$ .



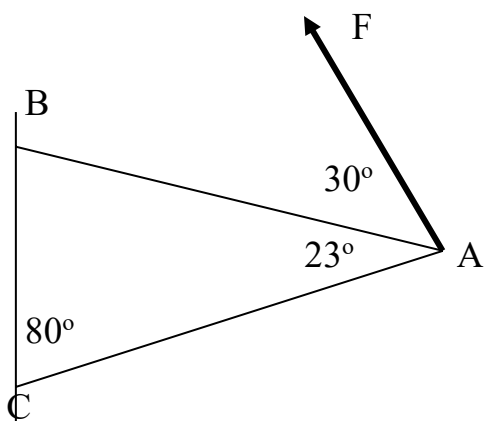
#### Вариант № 9

Определить усилия в стержнях АС и АВ, возникающие от силы  $F$ , приложенной к узлу А, аналитическим методом  
 Дано:  $F = 25 \text{ кН}$ .



Вариант № 10

Определить усилия в стержнях АС и АВ, возникающие от силы  $F$ , приложенной к узлу А, аналитическим методом

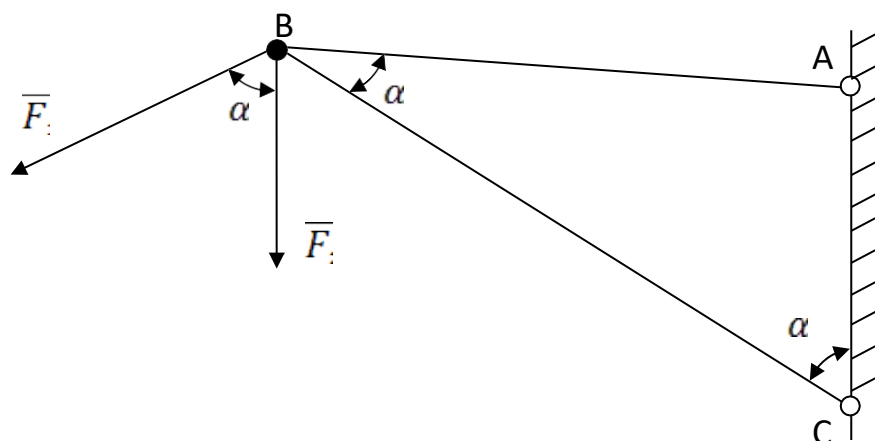


Дано:  $F = 35 \text{ кН}$ .

Задание № 3

Пример решения задачи

Определить усилия, возникающие в стержнях АВ и ВС данной стержневой системы, если  $F_1 = 15 \text{ кН}$ ,  $F_2 = 25 \text{ кН}$ ,  $\alpha_1 = 30^\circ$ ,  $\alpha_2 = 40^\circ$ ,  $\alpha_3 = 60^\circ$ .



## Методические указания к решению задачи №3

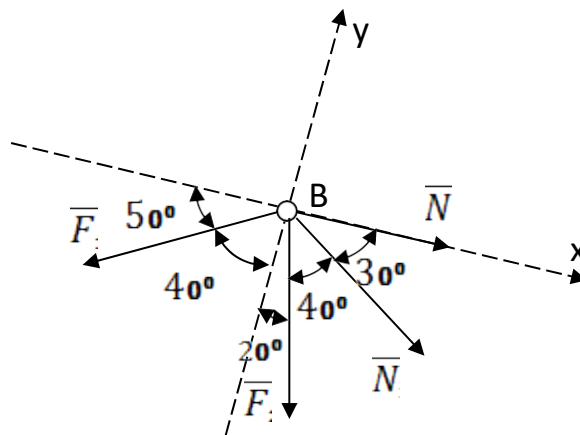
### Последовательность решения задачи:

#### 1) Аналитическое решение.

1.1. Рассматриваем равновесие узла В;

1.2. Отбрасываем связи, заменяя их усилиями в стержнях. Выполняем схему сил, считая все стержни растянутыми, т.е. направленными вдоль стержня от узла;

1.3. Проводим оси координат так, чтобы одна из осей прошла через одно из неизвестных усилий. Определяем углы между силами и осями.



1.4. Составим уравнения равновесия

$$\sum X_i = 0; N_1 + N_2 \cdot \cos 30^\circ + F_2 \cdot \cos 70^\circ - F_1 \cdot \cos 50^\circ = 0$$

$$\sum Y_i = 0; -N_2 \cos 60^\circ - F_2 \cdot \cos 20^\circ - F_1 \cdot \cos 40^\circ = 0$$

1.5. Решаем уравнение и находим усилия в стержнях.

- Из второго уравнения:

Стержень сжат:

$$N_2 = \frac{-F_2 \cdot \cos 20^\circ - F_1 \cdot \cos 40^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{-25 \cdot 0,940 - 15 \cdot 0,766}{0,5} = -69,98 \text{ kH}$$

Из первого уравнения:

Стержень растянут.

$$N_1 = -N_2 \cos 30^\circ - F_2 \cdot \cos 70^\circ + F_1 \cdot \cos 50^\circ = 69,98 - 25 \cdot 0,866 + 15 \cdot 0,643 = 57,98 \text{ кН.}$$

1.5. Проверить правильность полученных результатов по уравнению, которое не использовалось при решении задачи. Для этого нужно провести новую ось координат, например  $X^1$  и заново составить уравнение равновесия, например,

$$\Sigma F_x^1 = 0$$

### Задание №3

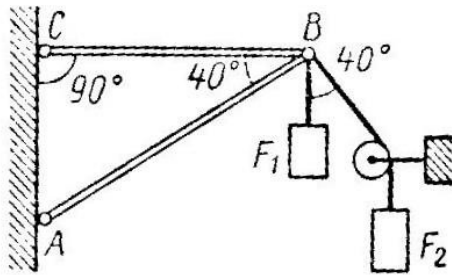
Определить реакции стержней, удерживающих грузы  $F_1$  и  $F_2$ . Массой стержней пренебречь. Схему своего варианта см. на рис. Числовые данные своего варианта взять из табл. 2

Таблица № 2 к заданию 3

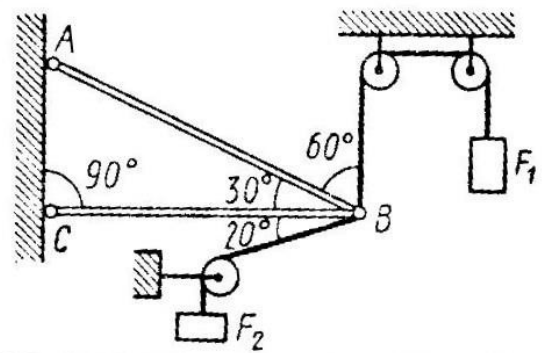
№ схемы	Вариант	$F_1 (P_1)$ , кН	$F_2 (P_2)$ , кН	№ схемы	Вариант	$F_1 (P_1)$ , кН	$F_1 (P_1)$ кН
1, 11	01	0,4	0,5	6, 16	21	0,8	0,6
	02	0,3	0,8		22	1,0	1,2
	03	0,6	0,4		23	0,7	0,9
	04	0,2	0,5		24	0,5	1,0
2, 12	05	0,5	0,8	7, 17	25	0,4	0,2
	06	0,8	0,4		26	0,9	0,5
	07	0,4	0,2		27	0,8	0,3
	08	1,2	0,8		28	1,2	0,8
3, 13	09	0,8	1,0	8, 18	29	0,5	0,7
	10	0,9	0,6		30	0,3	0,8
	11	0,3	0,8		31	0,8	0,3
	12	0,2	0,4		32	1,0	0,6
4, 14	13	0,5	0,2	9, 19	33	1,3	1,2
	14	0,9	0,8		34	1,2	1,2
	15	0,6	1,0		35	2,2	1,0
	16	1,0	0,9		36	0,7	1,0
5, 15	17	0,5	0,9	10, 20	37	0,9	1,2
	18	0,3	0,4		38	1,6	0,9
	19	0,4	0,4		39	0,8	1,5
	20	0,4	0,8		40	1,2	2,5

Схемы:

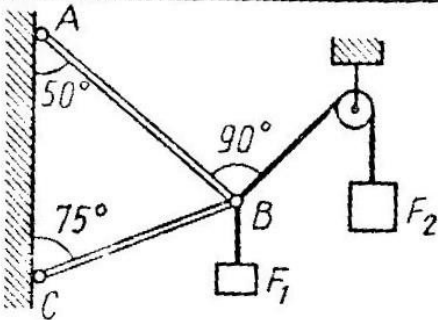
1



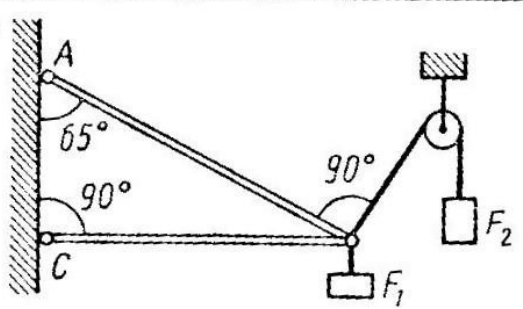
2



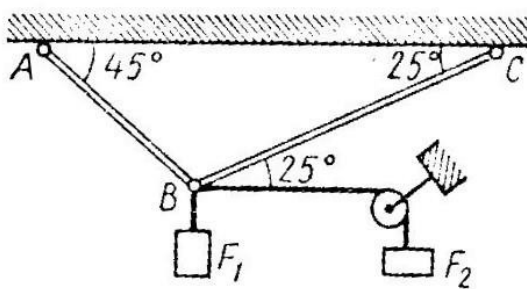
3



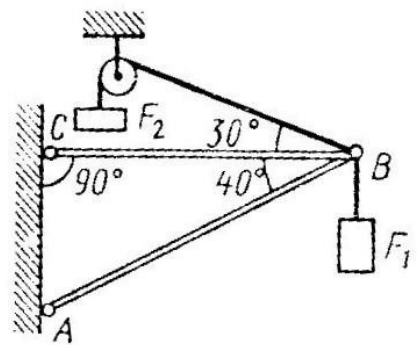
4



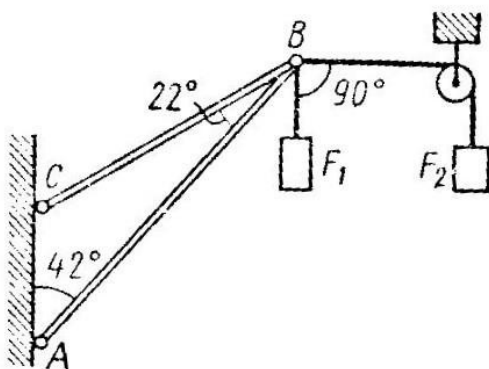
5



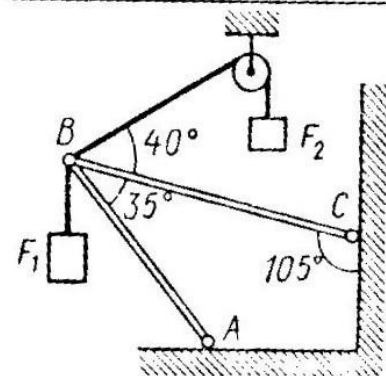
5



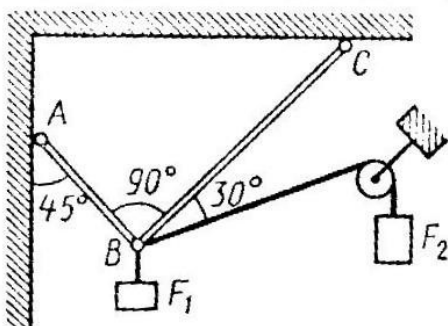
7



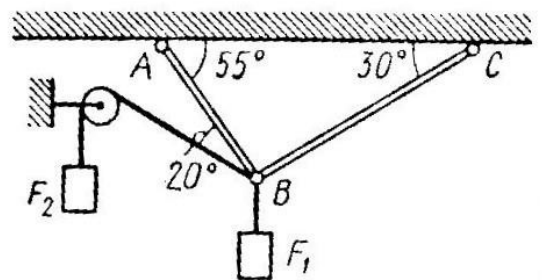
8



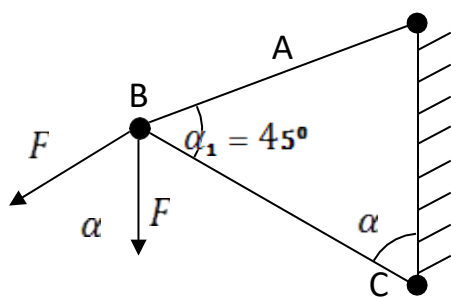
9



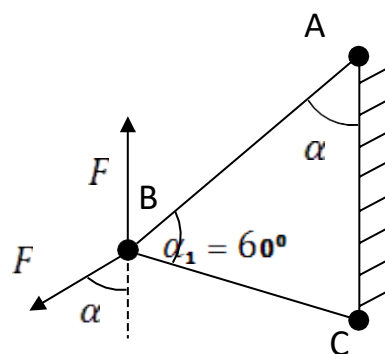
10



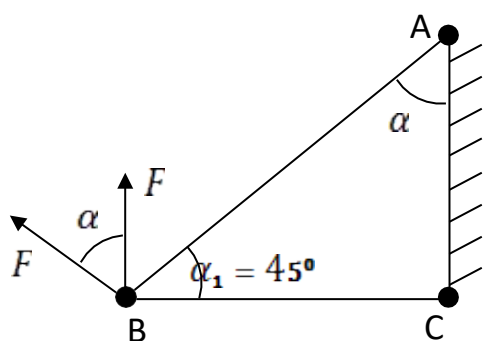
11



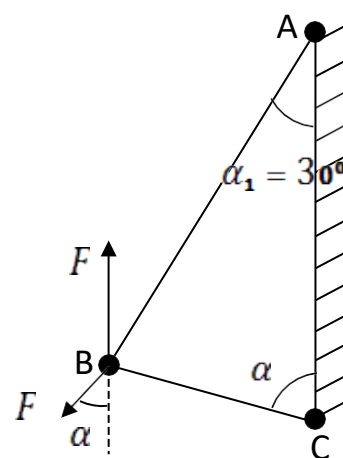
16.



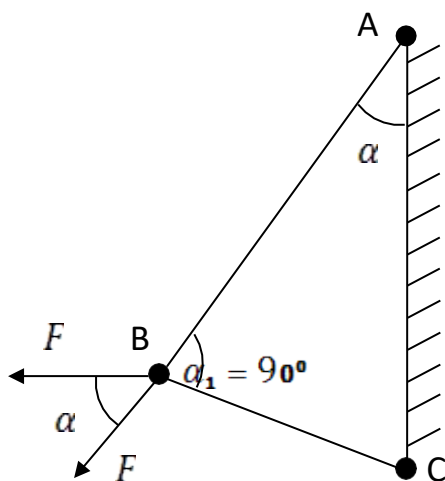
12.



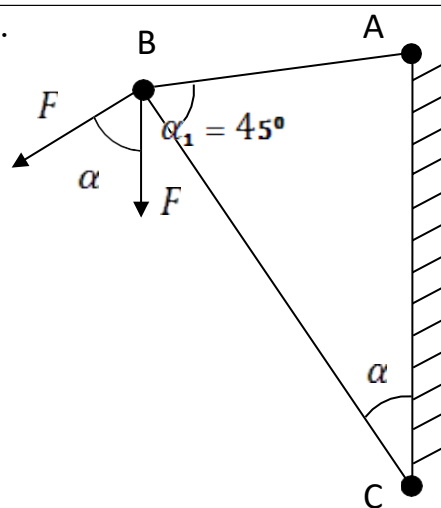
17.

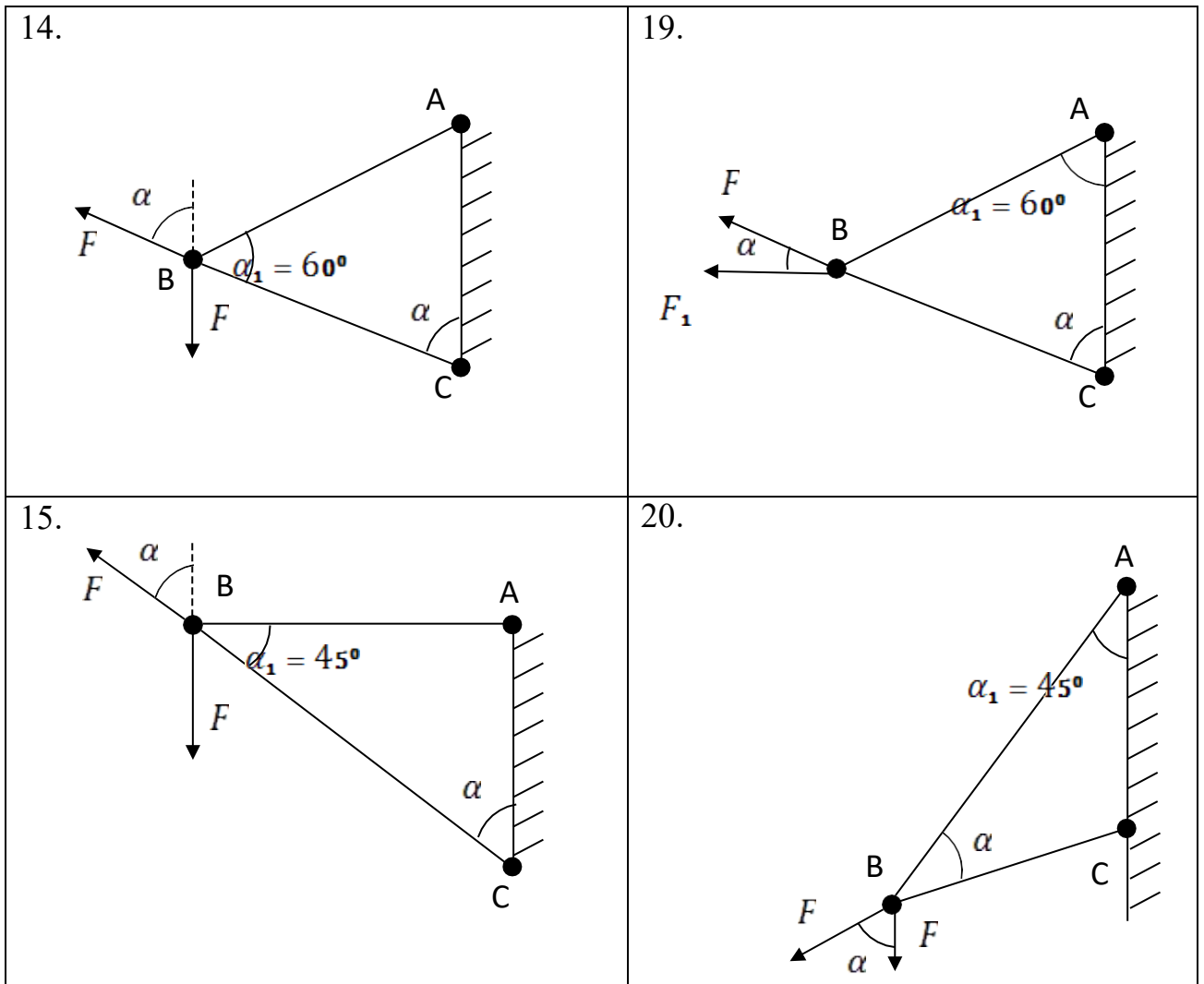


13.



18.





#### 4. Порядок выполнения работы

- 4.1 Ознакомиться с заданиями;
- 4.2 Изучить общие и теоретические положения по теме практического занятия;
- 4.3 Решить задачи своего варианта;
- 4.4 Показать результаты расчетов преподавателю

#### 5. Вопросы для самопроверки

- 5.1. Какие силы называются сходящимися?
- 5.2. Что называется проекцией силы на ось? Как определяется ее величина и знак? Когда проекция равна нулю?
- 5.3. Сформулируйте аналитические условия равновесия сходящихся сил.
- 5.4 Сколько уравнений можно составить для уравновешенной системы сходящихся сил и какие?



5.5 Какова зависимость между величиной равнодействующей двух сходящихся сил и величиной угла между их линиями действия?

5.6 Как направлена сила  $F$ , если известны ее проекции на оси прямоугольной системы координат:

а)  $F_x = 0$ ;  $F_y = F$ ; б)  $F_x = -F$ ;  $F_y = 0$ ; в)  $F_x = F_y$ ; г)  $F_x = -F_y$ .

5.7. Как определить, какой стержень растянут или сжат?

## 6. Домашнее задание

6.1 Подготовить ответы на контрольные вопросы

6.2 Оформить отчет;

6.3 Изучить рекомендуемую литературу.

## 7. Список литературы

7.1. Аркуша А.И. ,Фролов М.И. Техническая механика – М. -,1983

7.2 2.Сафонова Г.Г., Артюховская Т.Ю., Ермаков Д.А. Техническая механика: Учебник. – М.:ИНФРА – М, 2015.

## Практическое занятие № 2

Тема: Определение реакции опор балочной системы

Цель: Обеспечить закрепление полученных теоретических знаний и привитие умений в определении реакции опор балочной системы

Продолжительность – 4 часа

### 1. Материальное и документальное обеспечение:

- 1.1 Индивидуальное задание;
- 1.2 Методические рекомендации к практическому занятию;
- 1.3 Микрокалькуляторы;
- 1.4 Листы стандартного формата А4 (297\*210) для текстового документа по ГОСТ 2.105 - 95

### 2 Литература

[1], с.59...64

### 3. Общие и теоретические положения по теме практического занятия

Две равные и параллельные силы, направленные в противоположные стороны и не лежащие на одной прямой, называются парой сил. Действие пары сил на твердое тело состоит в том, что она стремится вращать это тело. Способность пары сил производить вращение определяется моментом пары, равным произведению силы на кратчайшее расстояние (взятое по перпендикуляру к силам) между линиями действия сил. Обозначим момент пары  $M$ , а кратчайшее расстояние между силами  $a$ , тогда абсолютное значение момента:

$$M = Fa = F'a.$$

Момент пары в СИ измеряется в ньютонметрах ( $\text{Н}\cdot\text{м}$ ) или в единицах, кратных ньютонметру:  $\text{кН}\cdot\text{м}$ ,  $\text{МН}\cdot\text{м}$  и т.д.

Правило знаков:

<i>Момент пары сил будем считать положительным, если пара стремится повернуть тело по направлению хода часовой стрелки</i>	<i>Момент пары сил будем считать, отрицательным, если пара стремится вращать тело против хода часовой стрелки</i>
--	---

Принятое правило знаков для моментов пар условно

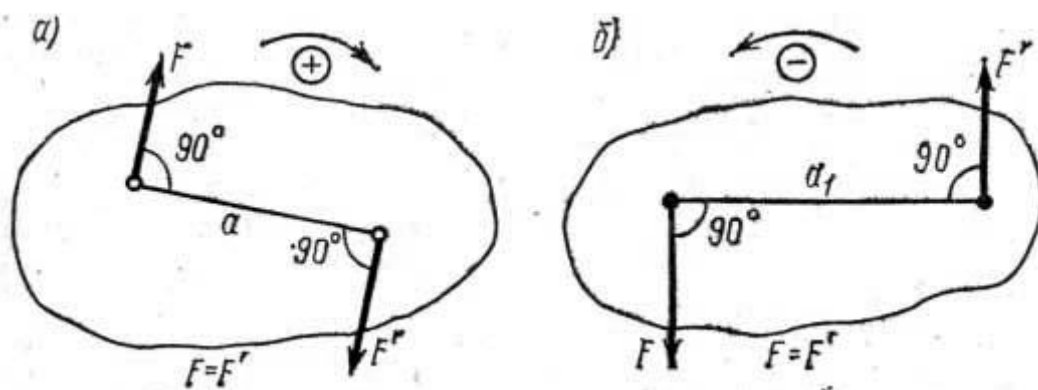


Рисунок 1

### Момент сил относительно точки и оси

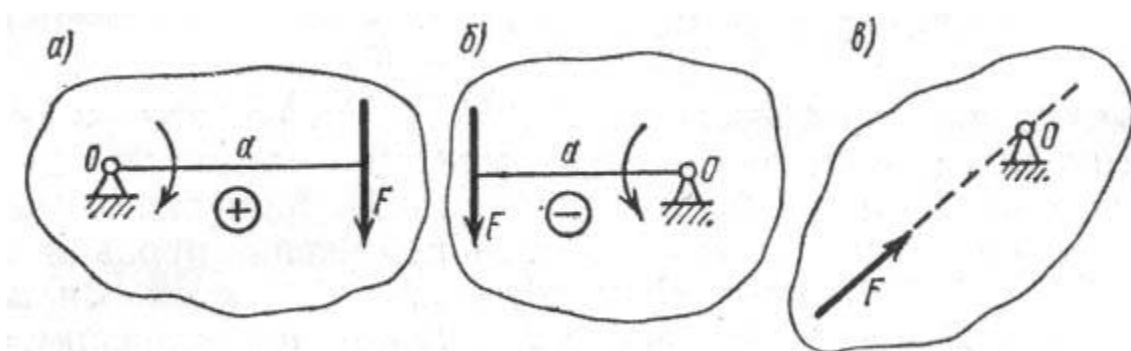


Рисунок 2

Момент силы относительно точки определяется произведением модуля силы на длину перпендикуляра, опущенного из точки на линию действия силы.

Момент силы  $F$  относительно  $O$  определяется произведением силы на плечо  
 $M_O(F) = F \alpha$

Измеряют моменты сил в ньютонметрах ( $\text{Н} \cdot \text{м}$ ) или в соответствующих кратных и дольных единицах, как и моменты пар.

*Последовательность решения задачи:*

- 1) изобразить балку вместе с нагрузками;
- 2) выбрать расположение координатных осей, совместив ось  $x$  с балкой, а ось  $y$  направив перпендикулярно оси  $x$ .
- 3) произвести необходимые преобразования заданных активных сил: силу, наклоненную к оси балки под углом  $\alpha$ , заменить двумя взаимно перпендикулярными составляющими, а равномерно распределенную нагрузку - ее равнодействующей, приложенной в середине участка распределения нагрузки

- 4) освободить балку от опор, заменив их действием реакциями опор, , направленными вдоль выбранных осей координат.
- 5) составить уравнения равновесия статики для произвольной плоской системы сил таким образом и в такой последовательности, чтобы решением каждого из этих уравнений было определение одной из неизвестных реакций опор.
- 6) проверить правильность найденных опорных реакций по уравнению, которое не было использовано для решения задачи.

### Пример 1

Определить реакции опор балки (рис. 3,а).

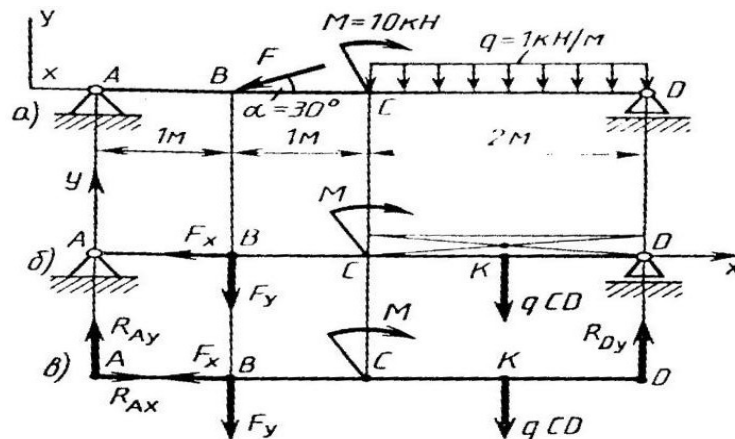


Рис. 2

Рисунок 3

### Р е ш е н и е

1. Изобразим балку с действующими на неё нагрузками (рис. 3,а).
2. Изображаем оси координат  $x$  и  $y$ .
3. Силу  $F$  заменяем ее составляющими  $F_x = F \cos \alpha$  и  $F_y = F \sin \alpha$ .  
При  $F = 20 \text{ кН}$ :  $F_y = 20 \sin 30^\circ = 10 \text{ кН}$ ;  $F_x = 20 \cos 30^\circ = 17,3 \text{ кН}$ .

Равнодействующая  $q \cdot CD$  равномерно распределенной нагрузки, приложенная в точке пересечения диагоналей прямоугольника (рис. 3,б), переносится по линии своего действия в середину участка  $CD$ , в точку  $K$  ( $Q = q \cdot l$ ), где  $l = CD$ ).  $Q = 1 \cdot 2 = 2 \text{ кН}$ .

4. Освобождаем балку от опор, заменив их опорными реакциями (рисунок 3, в).

5. Составляем уравнения равновесия статики и определяем неизвестные реакции опор.

а) Из уравнения суммы моментов всех действующих на балку сил, составленного относительно одной из точек опор, сразу определяем одну из неизвестных вертикальных реакций:

$$\Sigma m_A = F_y AB + M + Q AK - R_{Dy} AD = 0$$

$$R_{Dy} = (F_y AB + M + Q AK) / AD = (10 \cdot 1 + 10 + 2 \cdot 3) / 4 = \underline{6,5 \text{ кН}};$$

Определяем другую вертикальную реакцию:

$$\Sigma m_D = R_{Ay} AD - F_y \cdot BD + M - Q KD = 0$$

$$R_{Ay} = (F_y \cdot BD - M + Q KD) / 4 = (10 \cdot 3 - 10 + 2 \cdot 2 / 2) / 4 = \underline{5,5 \text{ кН}};$$

Определяем горизонтальную реакцию:

$$\Sigma X_i = R_{Ax} - F_x = 0 ; R_{Ax} = F_x = F \cos \alpha = 20 \cdot 0,866 = 17,3 \text{ кН}$$

6 Проверяем правильность найденных результатов:

$$\Sigma Y_i = R_{Ay} - F_y - Q + R_{Dy} = 5,5 - 10 - 2 + 6,5 = 12 - 12 = 0$$

Условие равновесия  $\Sigma Y_i = 0$  выполняется, следовательно, реакции опор найдены верно.

Пример 2.

Определить реакции  $Z_A$ ,  $Y_A$  и  $M_R$  в жесткой заделке (рис. 4).

При  $P = 5 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ,  $q = 2 \text{ кН/м}$ .

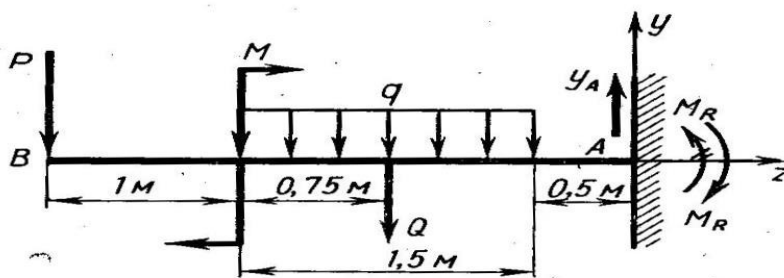


Рисунок 4

Р е ш е н и е.

1. Рассматриваем равновесие балки AB.
2. Равномерно распределенную нагрузку заменяем сосредоточенной, приложенной посередине участка,  $Q = q \cdot a = 2 \cdot 1,5 = 3 \text{ кН}$ .
3. Координатную ось  $z$  располагаем вдоль оси балки, а ось  $y$  - перпендикулярно ей.

4. В заземлении могут возникнуть две опорные реакции  $Z_A$  и  $Y_A$  (вдоль и перпендикулярно оси балки) и реактивный момент  $M_R$ . В данном случае реакция  $Z_A = 0$ , так как на балке нет ни горизонтальных, ни наклонных сил.

5. Составляем уравнения равновесия для произвольно расположенных сил.

$$\sum Z = Z_A = 0,$$

$$\sum Y = -P - Q + Y_A = 0,$$

$$\sum M_A (P_i) = M_R + Q \cdot 1,25 - M + P \cdot 3 = 0.$$

(предполагаем, что реактивный момент направлен против часовой стрелки).

Из второго уравнения:

$$Y_A = P + Q = 5 + 3 = 8 \text{ кН.}$$

Из третьего уравнения:

$$M_R = -Q \cdot 1,25 + M - P \cdot 3 = -3 \cdot 1,25 + 4 - 5 \cdot 3 = -14,75 \text{ кН.}$$

Знак минус показывает, что реактивный момент направлен не против часовой стрелки, а в противоположную сторону. Меняем направление  $M_R$  на чертеже (см. рис. 4).

Составляем уравнение для проверки решения.

$$\sum M_B (P_i) = -M - Q \cdot 1,75 + Y_A \cdot 3 - M_R = 4 - 3 \cdot 1,75 + 8 \cdot 3 - 14,75 = 0.$$

Условие равновесия  $\sum M_B (P_i) = 0$  выполняется, следовательно, реакции опор найдены верно.

### Задание № 1

Для заданной двух опорной балки определить реакции опор. Исходные данные взять из табл. и рис. 5

Таблица 1

№ схемы	№ варианта	F <sub>1</sub> кН	F <sub>2</sub> кН	m кНм
1	1	20	10	12
	2	12	8	20
	3	10	20	15
	4	16	8	25
2	1	2	6	10
	2	14	5	8
	3	20	14	10
	4	5	12	6
3	1	5	20	4
	2	12	16	5

	3 4	10 20	20 3	30 8
4	1 2 3 4	10 1 2 12	15 6 10 9	2 8 3 10
5	1 2 3 4	20 15 30 25	1 2 4 3	2 3 1 4
6	1 2 3 4	3 5 12 1	2 4 16 2	10 8 5 4
7	1 2 3 4	5 8 10 12	2 1 2 3	6 4 5 8
8	1 2 3 4	4 5 5 5	3 8 2 9,5	10 10 7 8
9	1 2 3 4	2 6 1 15	4 2 4 4	1 12 8 2
10	1 2 3 4	1 12 7 7	2 3 5 2	14 10 2 2

Схемы к задаче: (рис.5)

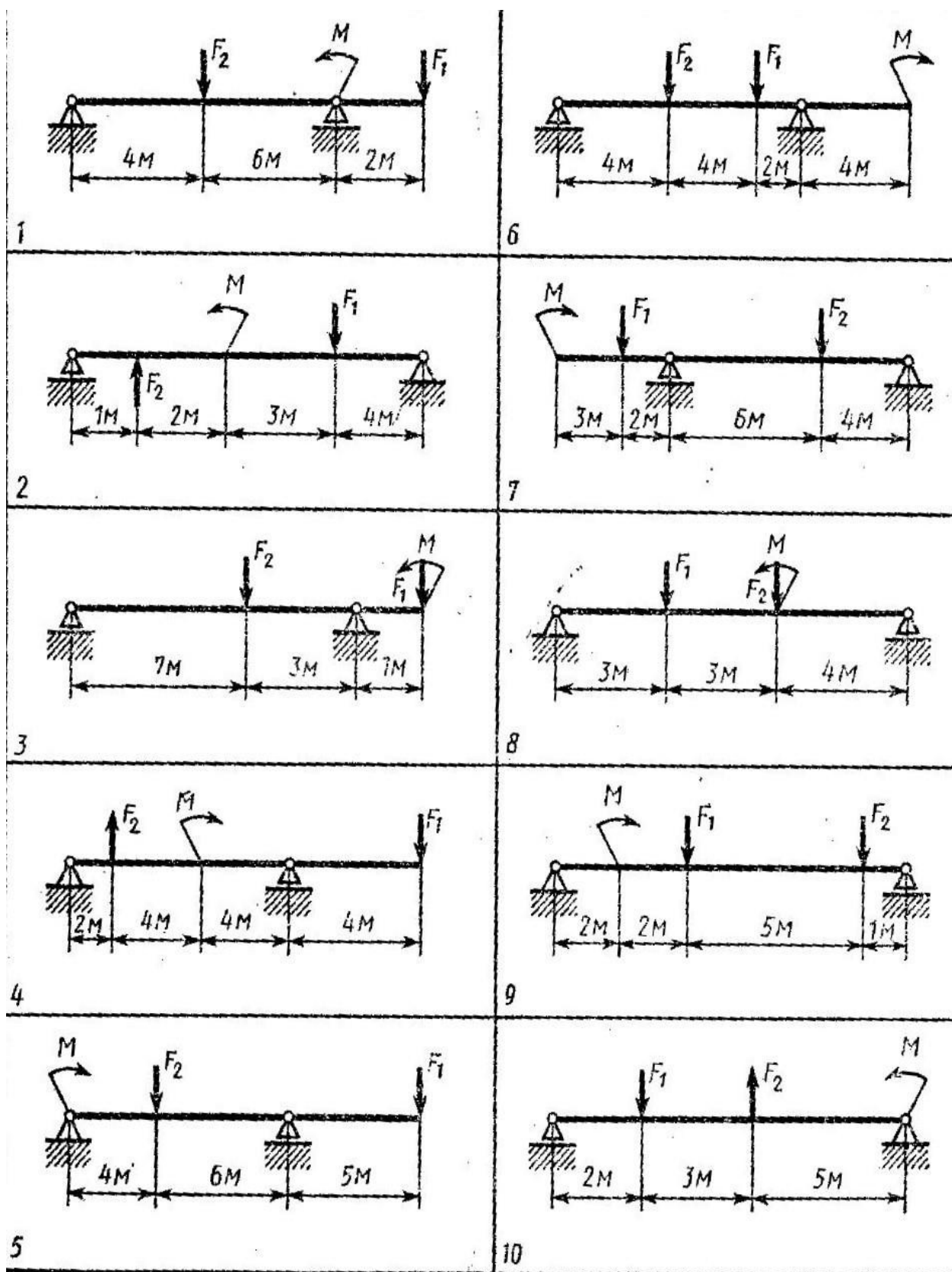


Рисунок 5



## Задание № 2

Для стальной балки, жестко заземленной одним концом и нагруженной, как показано на рисунке (схемы 1 – 10), определить реакции в заделке (рис. 6), табл. 2

Таблица № 2

№ схемы	№ варианта	F, кН	q, кН/м	M, кНм	№ схемы	№ варианта	F, кН	q, кН/м	M, кНм
1	1	1	1	1	6	1	5	2	10
	2	2	1	4		2	6	1	16
	3	3	2	2		3	8	1	8
	4	4	2	6		4	5	2	12
2	1	2	1	6	7	1	3	1	5
	2	3	2	8		2	5	1	2
	3	6	2	3		3	2	1	6
	4	5	1	6		4	4	2	10
3	1	2	6	5	8	1	2	10	8
	2	4	5	3		2	3	8	10
	3	7	2	4		3	4	5	12
	4	6	2	10		4	5	2	16
4	1	2	5	7	9	1	2	10	8
	2	1	8	9		2	5	4	7
	3	3	6	10		3	3	2	9
	4	4	9	14		4	5	3	10
5	1	2	6	10	10	1	2	3	5
	2	4	3	12		2	3	2	6
	3	8	1	20		3	4	1	10
	4	6	3	15		4	1	5	8

Схемы к задаче: (рис.6)

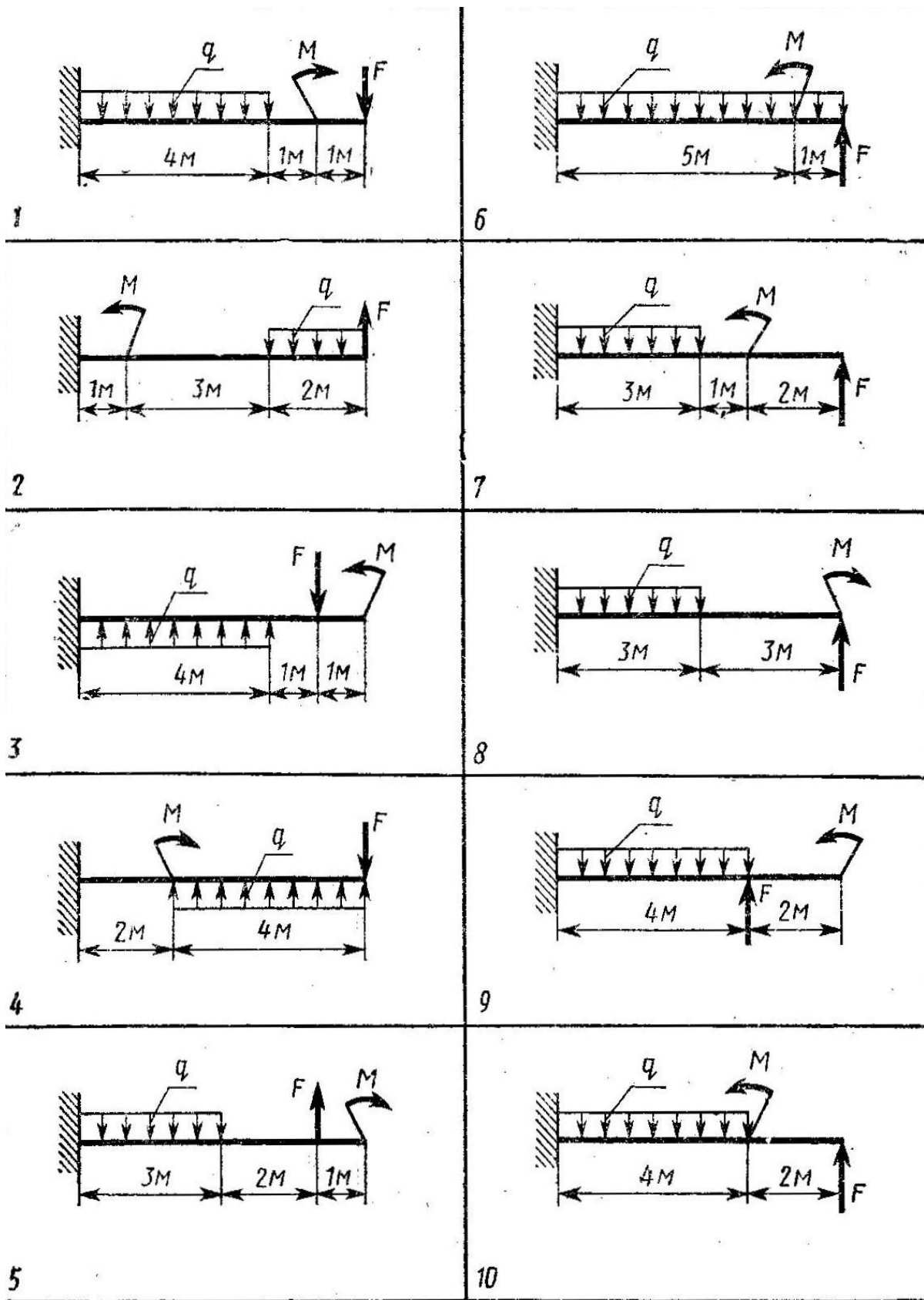


Рисунок 6

### Задание № 3

Для заданной двух опорной балки определить реакции опор. Исходные данные взять из табл. 3 и рис. 7

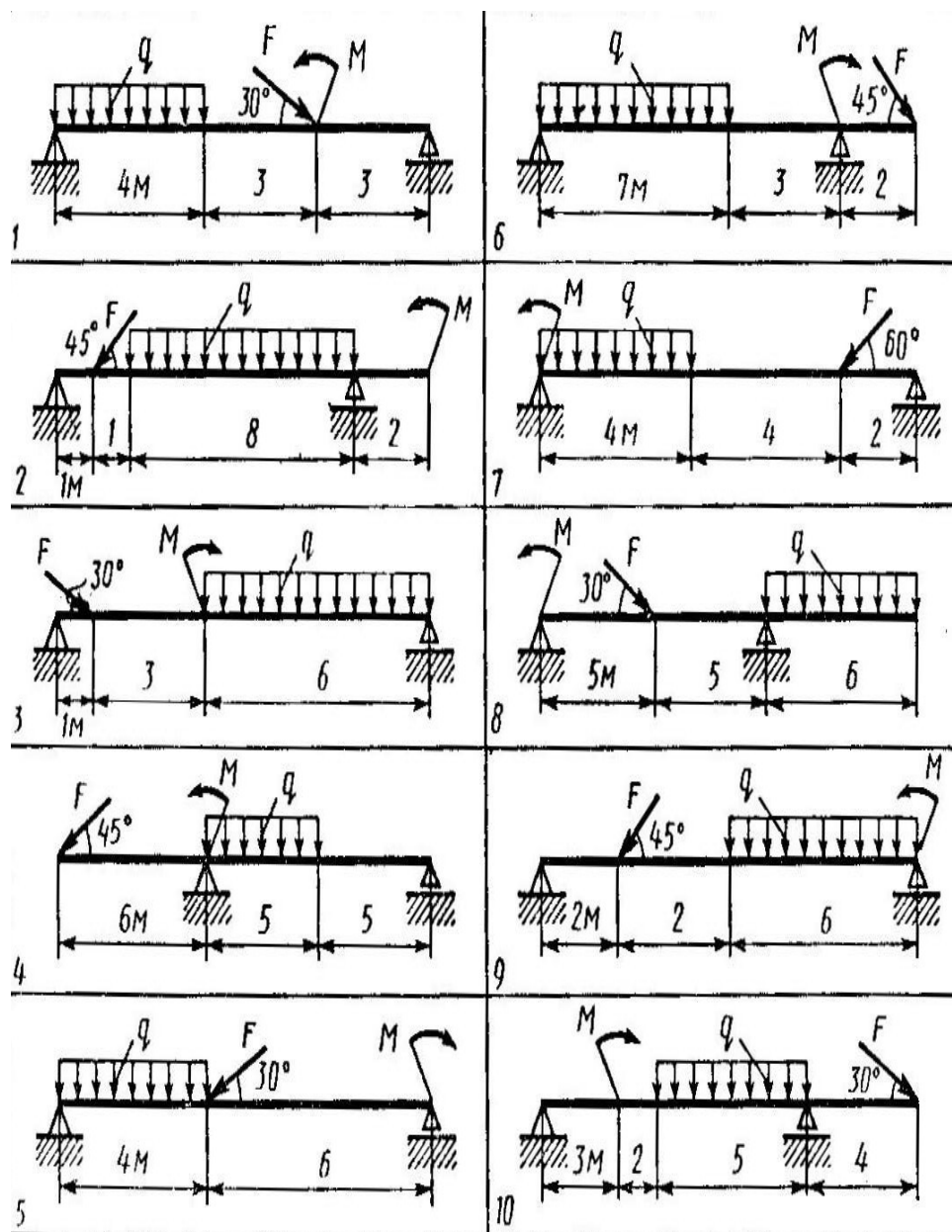


Таблица № 3

№ схемы	№ варианта	F, кН	q, кН/м	M, кНм	№ схемы	№ варианта	F, кН	q, кН/м	M, кНм
1	1	1	1	1	6	1	5	2	10
	2	2	1	4		2	6	1	16
	3	3	2	2		3	8	1	8
	4	4	2	6		4	5	2	12
2	1	2	1	6	7	1	3	1	5
	2	3	2	8		2	5	1	2
	3	6	2	3		3	2	1	6
	4	5	1	6		4	4	2	10
	1	2	6	5		1	2	10	8

3	2 3 4	4 7 6	5 2 2	3 4 10	8	2 3 4	3 4 5	8 5 2	10 12 16
4	1 2 3 4	2 1 3 4	5 8 6 9	7 9 10 14	9	1 2 3 4	2 5 3 5	10 4 2 3	8 7 9 10
5	1 2 3 4	2 4 8 6	6 3 1 3	10 12 20 15	10	1 2 3 4	2 3 4 1	3 2 1 5	5 6 10 8

#### 4. Порядок выполнения работы

- 4.1 Ознакомиться с заданиями;
- 4.2 Изучить общие и теоретические положения по теме практического занятия;
- 4.3 Решить задачи своего варианта;
- 4.4 Показать результаты расчетов преподавателю

#### 5. Вопросы для самопроверки

- 5.1. Что называется парой сил?
- 5.2 Что определяет эффект действия пары сил?
- 5.3 Имеет ли пара сил равнодействующую?
- 5.4 Как можно определить момент пары сил?
- 5.5 Как определяется момент силы относительно точки?
- 5.6. Как определяется плечо силы?
- 5.7. Когда момент силы относительно точки равен нулю?
- 5.8. Какое правило знака момента силы относительно точки?
- 5.9. Какие различают опоры балок?
- 5.10. Какие нагрузки могут быть приложены к балке?

#### 6. Домашнее задание

- 6.1 Подготовить ответы на контрольные вопросы
- 6.2 Оформить отчет;
- 6.3 Изучить рекомендуемую литературу.

#### 7. Список литературы

- 7.1. Аркуша А.И. ,Фролов М.И. Техническая механика – М. -,1983
- 7.2 2.Сафонова Г.Г., Артюховская Т.Ю., Ермаков Д.А. Техническая механика: Учебник. – М.:ИНФРА – М, 2015.

Тема: Растяжение и сжатие: расчеты бруса на прочность и жесткость

Цель: Обеспечить закрепление полученных теоретических знаний и привитие умений в построение эпюр продольных сил, нормальных напряжений и перемещений свободного конца бруса

Продолжительность – 2 часа

### 1. Материальное и документальное обеспечение:

- 1.1 Индивидуальное задание;
- 1.2 Методические рекомендации к практическому занятию;
- 1.3 Микрокалькуляторы;
- 1.4 ГОСТ 6636 - 69 «Основные нормы взаимозаменяемости. Нормальные линейные размеры»
- 1.5 Листы стандартного формата А4 (297\*210) для текстового документа по ГОСТ 2.105 - 95

### 2 Литература

[1], с.219...245

### 3. Общие и теоретические положения по теме практического занятия

При работе бруса на растяжение и сжатие в его поперечных сечениях возникает продольная сила  $N$ . Продольная сила в произвольном поперечном сечении бруса численно равна алгебраической сумме проекций на его продольную ось всех внешних сил, действующих на отсеченную часть.

Для расчета на прочность и определения перемещений необходимо знать закон изменения продольных сил по его длине.

**Правило знаков:** при растяжении продольная сила положительна, при сжатии — отрицательна.

Условие прочности при растяжении и сжатии имеет вид

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma], \text{ Па}$$

где  $\sigma$ ,  $N$  — соответственно нормальное напряжение и продольная сила в опасном сечении (т.е. в сечении, где возникают наибольшее напряжение);

$A$  — площадь поперечного сечения;

$[\sigma]$  — допускаемое напряжение.

Исходя из условия прочности, можно решать три вида задач;

- 1) проверка прочности;
- 2) подбор сечения  $A \geq N / [\sigma]$ ;
- 3) определение допускаемой нагрузки  $[N] \leq [\sigma] \cdot A$ .

*Последовательность решения задачи № 1:*

1. Разбить брус на участки, начиная от свободного конца.  
Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние силы, а для напряжений также и места изменения размеров поперечного сечения.
2. Определить по методу сечений (РОЗУ) продольную силу для каждого участка (ординаты эпюры  $N$ ) и построить эпюру продольных сил  $N$ . Проведя параллельно оси бруса базовую (нулевую) линию эпюры, отложить перпендикулярно ей в произвольном масштабе получаемые значения ординат. Через концы ординат провести линии, проставить знаки и заштриховать эпюру линиями, параллельными ординатам.
3. Для построения эпюры нормальных напряжений определяем напряжения в поперечных сечениях каждого из участков. В пределах каждого участка напряжения постоянны, т. е. эпюра на данном участке изображается прямой, параллельной оси бруса
4. Перемещение свободного конца бруса определяем как сумму удлинений (укорочений) участков бруса, вычисленных по формуле Гука

$$\Delta l = (\sigma \cdot l) / E, \text{ м}$$

где  $E$  – модуль упругости, Па

**Пример**

Для данного ступенчатого бруса (рис. 1, а) построить эпюру продольных сил, эпюру нормальных напряжений и определить перемещение свободного конца, если

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па};$$

$$F_1 = 30 \text{ кН} = 30 \cdot 10^3 \text{ Н}; F_2 = 38 \text{ кН} = 38 \cdot 10^3 \text{ Н}; F_3 = 42 \text{ кН} = 42 \cdot 10^3 \text{ Н};$$

$$A_1 = 1,9 \text{ см}^2 = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2, A_2 = 3,1 \text{ см}^2 = 3,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

**Р е ш е н и е:**

1. Разбиваем брус на участки, как показано на рис. 1, а.;
2. Определяем ординаты эпюры  $N$  на участках бруса:

$$N_I = 0;$$

$$N_{II} = F_1 = 30 \text{ кН};$$

$$N_{III} = F_1 = 30 \text{ кН};$$

$$N_{IV} = F_1 - F_2 = -8 \text{ кН};$$

$$N_V = F_1 - F_2 - F_3 = -50 \text{ кН}.$$

Строим эпюру продольных сил (рис. 1,б).

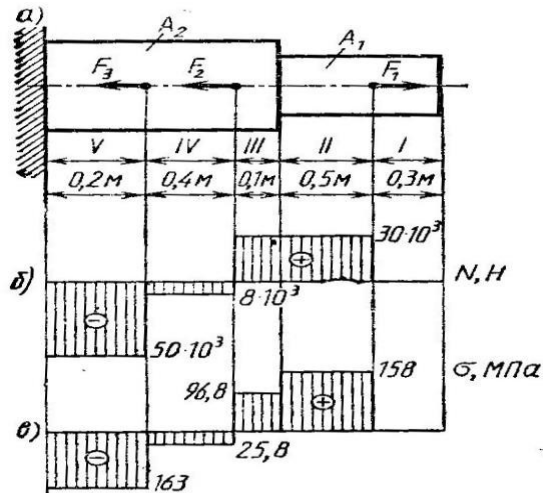


Рисунок 1

3. Вычисляем ординаты эпюры нормальных напряжений:

$$\sigma_{II} = \frac{N_{II}}{A_I} = \frac{30 \cdot 10^3}{1.9 \cdot 10^{-4}} = 158 \cdot 10^6 \text{ Па} = 158 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{III} = \frac{N_{II}}{A_2} = \frac{30 \cdot 10^3}{3.1 \cdot 10^{-4}} = 96.8 \cdot 10^6 \text{ Па} = 96.8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{IV} = \frac{N_{IV}}{A_2} = \frac{8 \cdot 10^3}{3.1 \cdot 10^{-4}} = -25.8 \cdot 10^6 \text{ Па} = -25.8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_V = \frac{N_V}{A_2} = \frac{50 \cdot 10^3}{3.1 \cdot 10^{-4}} = -163 \cdot 10^6 \text{ Па} = -163 \text{ МПа};$$

Строим эпюру нормальных напряжений (рис. 1, в).

4. Определяем перемещение свободного конца бруса (начинать нужно с места заделки его):

$$\lambda = \Delta l_I + \Delta l_{III} + \Delta l_{II} + \Delta l_{IV} + \Delta l_V;$$

$$\Delta l_I = \frac{N_I \cdot l_I}{E \cdot A_I} = 0; \text{ или } \Delta l_1 = (\sigma \cdot \ell) / E = 0 \text{ м}$$

$$\Delta l_{II} = \frac{N_{II} \cdot l}{E \cdot A_I} = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-1}}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1.9 \cdot 10^{-4}} = 3.94 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,394 \text{ мм};$$

$$\Delta l_{III} = \frac{N_{III} \cdot l_{III}}{E \cdot A_2} = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 0.1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3.1 \cdot 10^{-4}} = 0.484 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,0484 \text{ мм};$$

$$\Delta l_{IV} = -\frac{N_{IV} \cdot l_{IV}}{E \cdot A_2} = -\frac{8 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-1}}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3.1 \cdot 10^{-4}} = -0.516 \cdot 10^{-4} \text{ м} = -0.0516 \text{ мм};$$

$$\Delta l_V = -\frac{N_V \cdot l}{E \cdot A_2} = -\frac{50 \cdot 10^3 \cdot 0.2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3.1 \cdot 10^{-4}} = -1.61 \cdot 10^{-4} \text{ м} = -0.161 \text{ мм};$$

Полное перемещение свободного конца бруса составило:

$$\lambda = 0.394 + 0.0484 - 0.0516 - 0.161 \cong 0.23 \text{ мм};$$

Ответ: Брус удлиняется на 0,23 мм.

#### Задание №1

Двухступенчатый стальной брус, длины ступеней которого указаны на рис.(схемы 1- 10),нагружен силами  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ .

Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса. Определить перемещение  $\Delta l$  свободного конца бруса, приняв  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ . Числовые значения  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ ., а также площади поперечных сечений ступеней  $A_1$  и  $A_2$  для своего варианта взять из табл.1.

Таблица № 1

№ схемы	№ варианта	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$F_3$ , кН	$A_1$ , см <sup>2</sup>	$A_2$ , см <sup>2</sup>
1	1	30	10	5	1,8	2,6
	2	16	15	10	1,1	1,8
	3	17	13	8	1,0	2,1
	4	14	16	11	0,9	1,8
2	1	20	8	14	1,2	1,8
	2	15	5	13	1,0	1,2
	3	18	10	15	1,2	1,8
	4	11	6	12	0,8	1,2
3	1	16	25	18	1,2	1,8
	2	8	13	15	0,6	1,2
	3	15	24	29	1,3	2,9
	4	9	14	16	0,8	1,4



4	1	26	9	10	1,9	1,6
	2	16	6	2	1,0	0,7
	3	24	10	8	2,0	1,7
	4	16	7	6	1,1	0,9
5	1	14	16	10	2,1	1,9
	2	17	19	13	2,4	2,1
	3	20	18	12	2,5	2,2
	4	13	17	9	2,0	1,7
6	1	28	22	12	2,8	2,6
	2	19	14	4	2,4	2,1
	3	26	20	10	2,6	2,2
	4	20	15	6	1,9	1,7
7	1	17	13	6	1,1	1,5
	2	20	17	10	1,3	1,9
	3	14	10	6	1,1	1,3
	4	19	15	7	1,0	1,6
8	1	10	12	13	0,9	0,7
	2	17	19	20	1,6	1,4
	3	9	11	12	1,0	0,8
	4	20	22	24	2,1	1,9
9	1	40	55	24	2,8	3,4
	2	31	46	20	1,9	2,5
	3	25	41	18	1,6	2,1
	4	28	53	22	2,6	3,2
10	1	29	2	54	1,9	1,4
	2	19	2	34	1,3	0,9
	3	30	4	56	2,0	1,5
	4	18	3	37	1,5	1,3

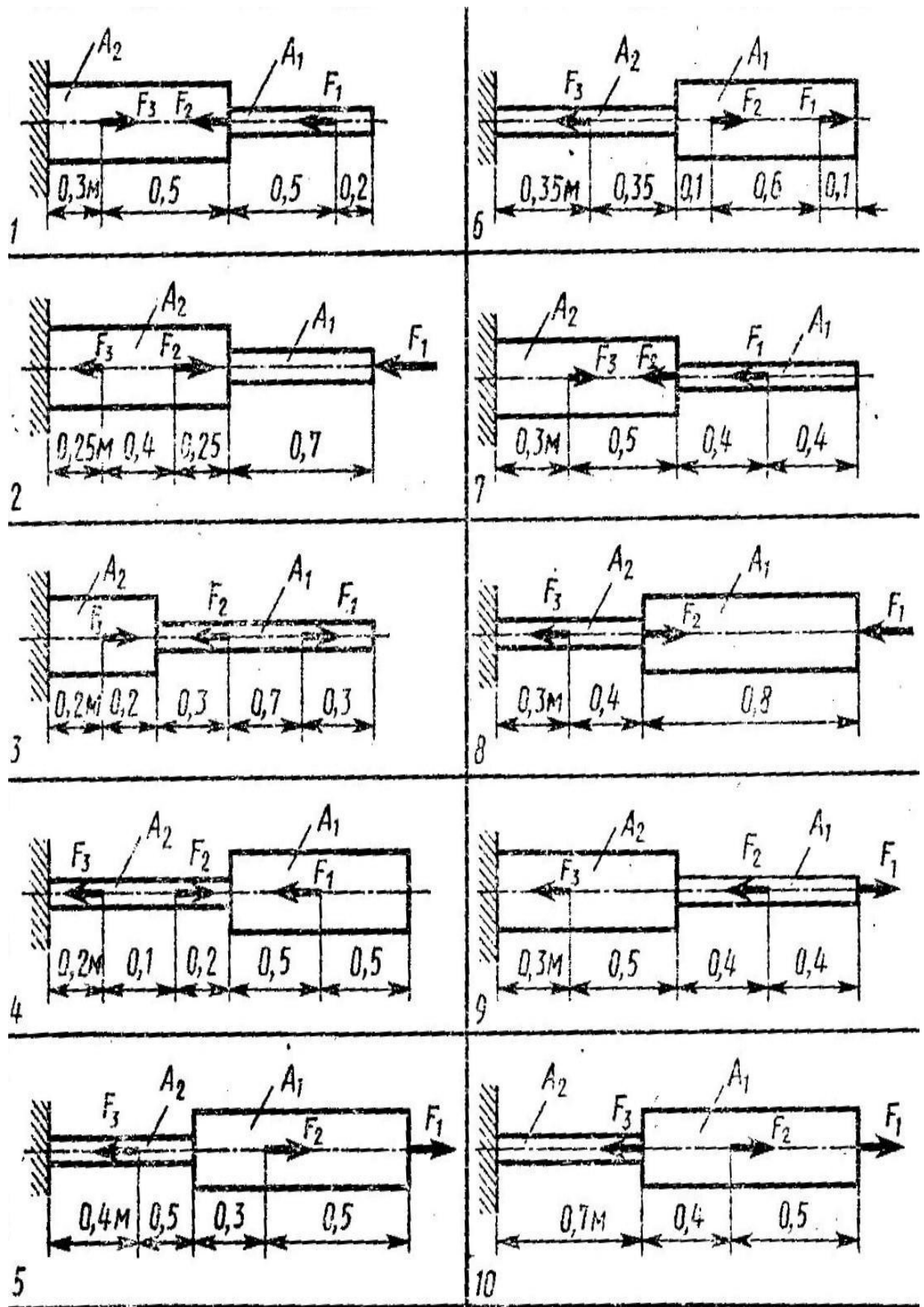


Рисунок 2

## Задание № 2

Рассматривая стержневые системы, работающие на растяжение и сжатие, часто возникает необходимость выполнить проектный расчет, а также оценить прочность выбранного стандартного сечения стержня. Стержни имеют одинаковые поперечные сечения.

*Последовательность решения задачи № 2:*

1. Определить реакции стержней, используя уравнения равновесия для плоской системы сходящихся сил и проверить правильность найденных реакций.(см. практическое занятие № 1, пример 1);
2. Для наиболее нагруженного стержня, используя условие прочности

$$[A] \geq \frac{N}{[\sigma]},$$

определить площадь поперечного сечения стержня, подобрать по сортаменту (ГОСТ 8509—93) подходящий номер профиля и найти стандартное значение площади поперечного сечения стержня;

3. Определить процент пере- или недогрузки наиболее нагруженного стержня, используя условие прочности

$$\sigma \leq [\sigma],$$

при принятых стандартных размерах площади поперечного сечения.

### Пример 2

Для данной системы двух стержней одинакового поперечного сечения, нагруженных силами  $F_1 = 70$  кН и  $F_2 = 100$  кН (рис. 11, а), определить: 1) требуемую площадь поперечных сечений стержней, состоящих из двух равнобоких уголков, и подобрать по ГОСТу (см. приложение ) соответствующий профиль уголка;

2) определить процент пере- или недогрузки наиболее нагруженного стержня при принятых стандартных размерах сечения, приняв  $\sigma = 140$  МПа.

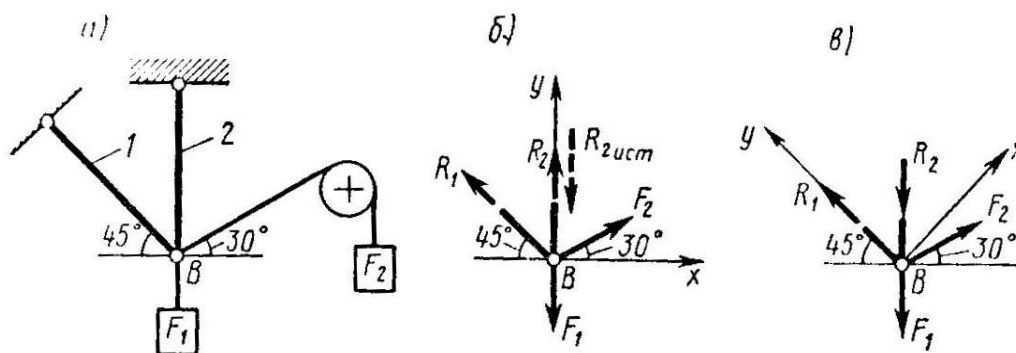


Рисунок 3

Реакции стержней уже были определены на практическом занятии № 1. Их величины составили:  $R_1 = 122$  кН;  $R_2 = 66,6$  кН (по модулю).

### Решение

- 1) Определяем требуемую площадь поперечного сечения для наиболее нагруженного стержня:

$$N_{max} = N_1 = 122 \text{ кН}; \rightarrow A_1 = \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{122 \cdot 10^3}{140} = 872 \text{ мм}^2 = 8,72 \text{ см}^2$$

Площадь равнобокого уголка подбираем по значению  $A_1 = 8,72 / 2 = 4,36 \text{ см}^2$ . Используя приложение, назначаем профиль №6,3 (63х63х4), площадью  $[A] = 4,96 \text{ см}^2$ . Таким образом, требуемая площадь поперечного сечения стержней будет равна:  $2[A] = 2 \cdot 4,96 = 9,92 \text{ см}^2$ . Рабочее напряжение в поперечном сечении наиболее нагруженного стержня:

$$\sigma = \frac{N_1}{2[A]} = \frac{122 \cdot 10^3}{2 \cdot 4,96 \cdot 10^2} = 123 \text{ Н/мм}^2 = 123 \text{ МПа}$$

- 2) Проверяем прочность наиболее нагруженного стержня:

$$\frac{[\sigma] - \sigma}{[\sigma]} 100\% = \frac{140 - 123}{140} 100\% = 12,9 \%$$

Недогрузка составляет 12.9 %.

### Задача № 2

По исходным данным задачи № 3 (см. практическое занятие №1) определить: 1) требуемую площадь поперечных сечений стержней, состоящих из двух равнобоких уголков, и подобрать по ГОСТу (см. приложение ) соответствующий профиль уголка; 2) определить процент пере- или недогрузки наиболее нагруженного стержня при принятых стандартных размерах сечения, приняв  $\sigma = 140 \text{ МПа}$ .

#### 4.Порядок выполнения работы

- 4.1 Ознакомиться с заданиями;
- 4.2 Изучить общие и теоретические положения по теме практического занятия;
- 4.3 Решить задачи своего варианта;
- 4.4 Показать результаты расчетов преподавателю

## 5. Вопросы для самопроверки

- 5.1. Какой вид нагружения бруса называется растяжением и какой – сжатием?
- 5.2. Что такое эпюры продольных сил и нормальных напряжений? Где они строятся?
- 5.3. Как записывается и как формулируется закон Гука при растяжении (сжатии)?
- 5.4. Какой вид имеет диаграмма растяжения образца малоуглеродистой стали?
- 5.5. В чем разница между условной и истинной диаграммами растяжения материала?
- 5.6. Чем отличается диаграмма растяжения пластичной стали от диаграммы растяжения хрупкой стали?
- 5.7. Что называется допускаемым напряжением материала? Каково его значение для прочности материала? Как оно выбирается для пластичных и хрупких материалов?
- 5.8. Почему допускаемое напряжение должно быть ниже предела пропорциональности данного материала?
- 5.9. Что называется коэффициентом запаса прочности?

## 6. Домашнее задание

- 6.1. Подготовить ответы на контрольные вопросы
- 6.2. Оформить отчет;
- 6.3. Изучить рекомендуемую литературу.

## 7. Список литературы

- 7.1. Аркуша А.И., Фролов М.И. Техническая механика – М., 1983
- 7.2. Сафонова Г.Г., Артюховская Т.Ю., Ермаков Д.А. Техническая механика: Учебник. – М.:ИНФРА – М, 2015.

## Практическое занятие № 4

### Тема: Кручение: расчёты на прочность и жесткость

Цель: Обеспечить закрепление полученных теоретических знаний и привитие умений в построении эпюр крутящих моментов по длине вала, определении диаметра вала круглого и кольцевого сечения из условия прочности и жесткости и эффективности выбранного сечения при прочих равных условиях.

Продолжительность – 2 часа

#### 1. Материальное и документальное обеспечение:

- 1.1 Индивидуальное задание;
- 1.2 Методические рекомендации к практическому занятию;
- 1.3 Микрокалькуляторы;
- 1.4 ГОСТ 6636 -69 «Основные нормы взаимозаменяемости. Нормальные линейные размеры»;
- 1.5 Листы стандартного формата А4 (297\*210) для текстового документа по ГОСТ 2.105 - 95

#### 2 Литература

[1], с.250...262

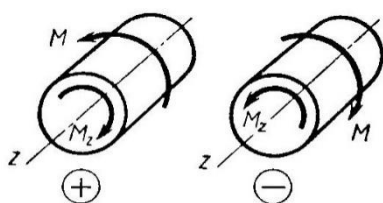
#### 3. Общие и теоретические положения по теме практического занятия

Кручением называют такой вид нагружения бруса, при котором в его поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор — крутящий момент.

Крутящий момент в произвольном поперечном сечении бруса равен алгебраической сумме внешних моментов, действующих на отсеченную часть: (имеется в виду, что плоскости действия всех внешних скручивающих моментов, перпендикулярны продольной оси бруса).

Будем считать крутящий момент положительным, если для наблюдателя, смотрящего на проведенное сечение, он представляется направленным по часовой стрелке. Соответствующий внешний момент направлен против часовой стрелки (рис. 1).

В данной работе необходимо выполнить



проектный расчет вала круглого или кольцевого поперечного сечения из условий прочности и из условий жесткости. Из двух полученных значений диаметров следует выбрать наибольшее значение.

*Последовательность решения задачи:*

1. Определить внешние скручивающие моменты по формуле

$$M = P/\omega, \text{ Нм}$$

где  $P$  — мощность,

$\omega$  — угловая скорость;

2. Определить уравнивающий момент, используя уравнение равновесия

$$\sum M_i = 0,$$

так как при равномерном вращении вала алгебраическая сумма приложенных к нему внешних скручивающих (вращающих) моментов равна нулю;

3. Пользуясь методом сечений (методом РОЗУ), построить эпюру крутящих моментов по длине вала;

4. Для участка вала, в котором возникает наибольший крутящий момент, определить диаметр вала круглого или кольцевого сечения из условия прочности и жесткости. Для кольцевого сечения вала принять соотношение диаметров  $c = d_0/d$ ,  $d_0$  — внутренний диаметр кольца;  $d$  — наружный диаметр кольца.

*Из условия прочности:*

$$W_p \geq \frac{M_{z \max}}{[\tau_k]},$$

где  $M_{z \max}$  — наибольший крутящий момент;  
 $W_p$  — полярный момент сопротивления кручению;  
 $[\tau_k]$  — допускаемое касательное напряжение

*Из условия жесткости:*

$$I_p \geq \frac{M_{z \max}}{G[\varphi_0]},$$

где  $I_p$  — полярный момент инерции сечения;  
 $G$  — модуль упругости при сдвиге;  
 $[\varphi_0]$  — допускаемый угол закручивания сечения

*Сечение вала — круг*

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}$$

Необходимый по прочности диаметр вала

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_{z \max}}{\pi [\tau_k]}}$$

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32}$$

Необходимый по жесткости диаметр вала:

$$d = \sqrt[4]{\frac{32 M_{z \max}}{\pi G [\varphi_0]}}$$

*Сечение вала — кольцо*

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} (1 - c^4).$$

Необходимый по прочности наружный диаметр кольца

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_{z \max}}{\pi [\tau_k] (1 - c^4)}}$$

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} (1 - c^4).$$

Необходимый по жесткости наружный диаметр кольца

$$d = \sqrt[4]{\frac{32 M_{z \max}}{\pi G [\varphi_0] (1 - c^4)}}$$

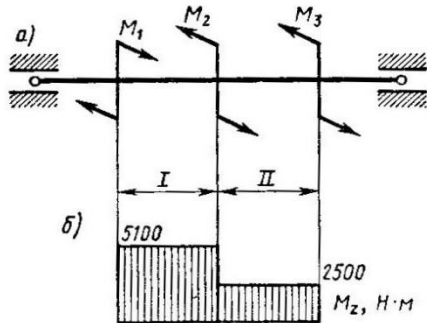
### Пример № 1

Для стального вала постоянного по длине сечения требуется:

1) определить значения моментов  $M_2$  и  $M_3$ , соответствующие передаваемым мощностям  $P_2$  и  $P_3$ , а также уравновешивающий момент  $M_1$ ;

2) построить эпюру крутящих моментов;

3) определить требуемый диаметр вала из расчетов на прочность и жесткость, полагая по варианту (а) поперечное сечение вала — круг; по варианту (б) — поперечное сечение вала — кольцо, имеющее соотношение диаметров  $c = d_0/d = 0,8$ .



Принять;  $[\tau_k] = 30$  МПа;  $[\varphi_0] = 0,02$  рад/м =  $0,02 \cdot 10^{-3}$  рад/мм;  $P_2 = 52$  кВт;  $P_3 = 50$  кВт;  
 $\omega = 20$  рад/с;

Окончательное значение диаметра принять по ГОСТ 6636 -69.

### Решение

1. Определяем внешние скручивающие моменты:

$$M_2 = \frac{P_2}{\omega} = \frac{52 \cdot 10^3}{20} = 2600 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = \frac{P_3}{\omega} = \frac{50 \cdot 10^3}{20} = 2500 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

2. Определяем уравновешивающий момент  $M_1$ :

$$\sum M_i = 0; M_1 - M_2 - M_3 = 0; M_1 = M_2 + M_3 = 5100 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

3. Определяем крутящий момент по участкам вала:

$$M_{z1} = M_1 = 5100 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{z11} = M_1 - M_2 = 5100 - 2600 = 2500 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Строим эпюру крутящих моментов  $M_z$  (рис. 2, б).

4. Определяем диаметр вала из условий прочности и жесткости:

$$M_{z \max} = 5100 \text{ Н} \cdot \text{м} \text{ (рис. 2, б)}$$

а) Сечение вала — круг

Из условия прочности:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_{z \max}}{\pi [\tau_k]}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 5100 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 30}} = 95,2 \text{ мм}.$$

Принимаем  $d = 95$  мм.

Из условия жесткости:

$$d = \sqrt[4]{\frac{32 M_{z \max}}{\pi G [\lambda_0]}} =$$

$$= \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 5100 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 0,02 \cdot 10^{-3}}} =$$

$$= 75,5 \text{ мм}.$$

Принимаем  $d = 76$  мм.



Требуемый диаметр получился больше из расчета на прочность, поэтому его принимаем как окончательный  $d = 95$  мм.

б) Сечение вала — кольцо

Из условия прочности:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16M_{z\max}}{\pi[\tau_k](1-c^4)}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 5100 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 30(1-0,8^4)}} = 113 \text{ мм.}$$

Принимаем  $d = 114$  мм

Из условия жесткости:

$$d = \sqrt[4]{\frac{32M_{z\max}}{\pi G[\varphi_0](1-c^4)}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 5100 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 0,02 \cdot 10^{-3}(1-0,8^4)}} = 86,5 \text{ мм.}$$

Принимаем  $d = 86$  мм.

Требуемые диаметры окончательно принимаем из расчетов на прочность:  $d = 114$  мм;  $d_0 = 0,8d = 0,8 \cdot 114 = 91,2$  мм. Принимаем  $d_0 = 92$  мм.

Задание № 1

Для стального постоянного поперечного сечения (рис. 3, схемы 1 -10):

- 1) определить значения моментов  $M_1, M_2, M_3, M_4$ ;
- 2) построить эпюру крутящих моментов;
- 3) определить диаметр вала из расчета на прочность и жесткость, полагая по варианту (а) поперечное сечение вала — круг; по варианту (б) — поперечное сечение вала — кольцо, имеющее соотношение диаметров  $c = d_0/d = 0,7$ .

Принять  $[\tau_k] = 30$  МПа;  $[\varphi_0] = 0,02$  рад/м =  $0,02 \cdot 10^{-3}$  рад/мм;

$G = 8 \cdot 10^4$  МПа.

Данные своего варианта взять из табл. 1. Окончательно значение диаметра принять по ГОСТ 6636 -69.

Таблица № 1

№ схемы	№ варианта	$P_1$ , кВт	$P_3$ ,	$P_4$ , кВт	$\omega$ , с <sup>-1</sup>
1	1	35	20	15	20
	2	150	100	50	45
	3	40	25	20	25
	4	110	60	30	35
2	1	130	90	40	45
	2	100	65	25	35
	3	90	45	20	20
	4	120	30	30	20
3	1	15	10	35	16
	2	75	80	25	40

	3	55	65	25	20
	4	45	50	35	23
4	1	60	40	20	20
	2	150	100	75	55
	3	95	70	45	35
	4	110	85	50	30
5	1	100	18	50	20
	2	50	15	25	18
	3	40	120	20	20
	4	100	80	65	25
6	1	60	150	80	55
	2	45	100	60	30
	3	50	110	75	30
	4	20	85	35	20
7	1	18	35	40	10
	2	16	30	45	12
	3	20	35	100	25
	4	60	90	120	45
8	1	20	50	30	10
	2	40	115	55	16
	3	65	140	80	35
	4	18	40	25	8
9	1	52	100	60	32
	2	30	80	45	15
	3	35	95	50	18
	4	50	120	65	20
10	1	80	95	75	25
	2	75	120	90	30
	3	42	60	55	18
	4	35	75	40	20

Схемы к задаче: (рис.3, см. ниже)

#### 4.Порядок выполнения работы

4.1 Ознакомиться с заданием;

4.2 Изучить общие и теоретические положения по теме практического занятия;

4.3 Решить задачу своего варианта;

4.4 Показать результаты расчетов преподавателю

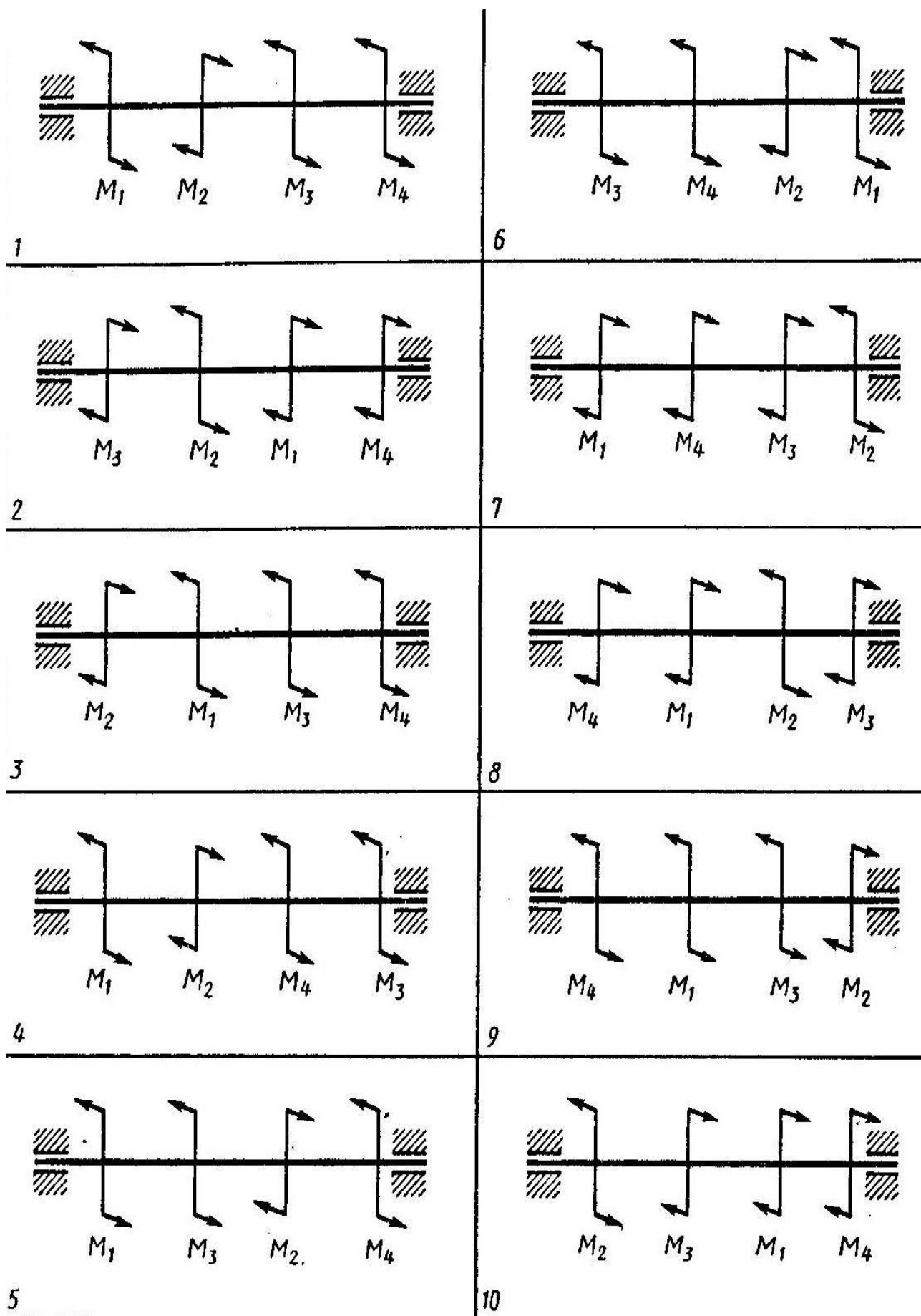


Рисунок 3

## 5. Вопросы для самопроверки

- 5.1. Какой случай нагружения бруса круглого поперечного сечения называется кручением?
- 5.2. Какие основные допущения приняты при изучении теории кручения круглого поперечного сечения?
- 5.3. Что такое крутящий момент и чему он равен в произвольном сечении вкручиваемого бруса?
- 5.4. Как строится эпюра крутящих моментов?
- 5.5. Для чего строится эпюра крутящих моментов?

## 6. Домашнее задание

- 6.1. Подготовить ответы на контрольные вопросы
- 6.2. Оформить отчет;
- 6.2. Изучить рекомендуемую литературу.

## 7. Список литературы

- 7.1. Аркуша А.И., Фролов М.И. Техническая механика – М., 1983
- 7.2. Сафонова Г.Г., Артюховская Т.Ю., Ермаков Д.А. Техническая механика: Учебник. – М.: ИНФРА – М, 2015.

## Практическое занятие № 5

Тема: Изгиб: расчёты на прочность. Выбор рациональных сечений

Цель: Обеспечить закрепление полученных теоретических знаний и привитие умений в построении эпюр поперечных сил и изгибающих моментов по характерным точкам, в выборе рациональных сечений

Продолжительность – 4 часа

### 1. Материальное и документальное обеспечение:

- 1.1 Индивидуальное задание;
- 1.2 Методические рекомендации к практическому занятию;
- 1.3 Микрокалькуляторы;
- 1.4 ГОСТ 6636 -69 «Основные нормы взаимозаменяемости. Нормальные линейные размеры»;
- 1.5 ГОСТ 8239 – 89 «Двутавры стальные горячекатаные. Сортамент»
- 1.6 ГОСТ 8240 – 97 «Швеллеры стальные горячекатаные. Сортамент»
- 1.7 Листы стандартного формата А4 (297\*210) для текстового документа по ГОСТ 2.105 - 95

### 2 Литература

[1], с.278...303

### 3. Общие и теоретические положения по теме практического занятия

Изгиб — это такой вид нагружения бруса, при котором в его поперечных сечениях возникают изгибающие моменты. В большинстве случаев одновременно с изгибающими моментами возникают и поперечные силы, то такой изгиб называют поперечным. Если поперечные силы не возникают, то изгиб называют чистым.

- Изгибающий момент  $M_{\text{и}}$  в произвольном поперечном сечении бруса численно равен алгебраической сумме моментов внешних сил, действующих на отсеченную часть, относительно центра тяжести сечения:  $M_{\text{и}} = \sum M$ .

- Поперечная сила в произвольном поперечном сечении бруса численно равна алгебраической сумме внешних сил, действующих на отсеченную часть:  $Q = \sum F$ .
- Причем все внешние силы и моменты действуют в главной продольной плоскости бруса и расположены перпендикулярно продольной оси бруса.

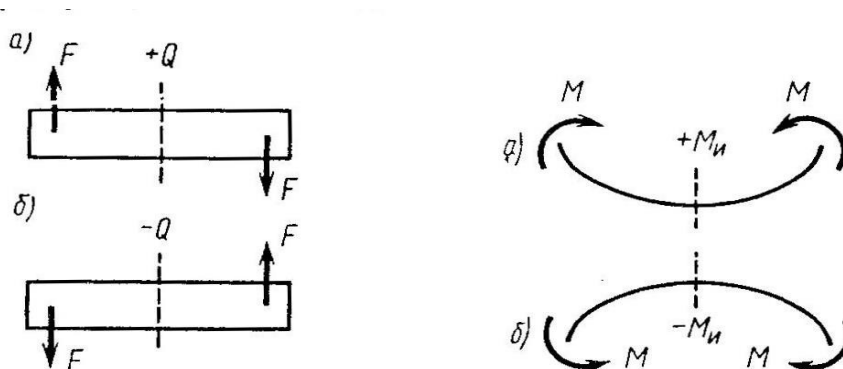
- *Правило знаков для поперечной силы:* силам, поворачивающим отсеченную часть балки относительно рассматриваемого сечения по ходу часовой стрелки, приписывается знак плюс (рис. 1, а), а силам, поворачивающим отсеченную часть балки относительно рассматриваемого сечения против хода часовой стрелки, приписывается знак минус (рис. 1, б).
- *Правило знаков для изгибающих моментов:* внешним моментом, изгибающим мысленно закрепленную в рассматриваемом сечении отсеченную часть бруса выпуклостью вниз, приписывается знак плюс (рис. 1, а), а моментам, изгибающим, отсеченную часть бруса выпуклостью вверх, — знак минус (рис. 1, б).

Между изгибающим моментом  $M_x$ , поперечной силой  $Q_y$  и интенсивностью распределенной нагрузки  $q$  существуют дифференциальные зависимости:

$$\frac{dM_x}{dz} = \frac{dQ_y}{dz} = q$$

На основе метода сечений и дифференциальных зависимостей устанавливается взаимосвязь эпюр  $M_x$  и  $Q_y$  между собой и с внешней нагрузкой, поэтому достаточно вычислить ординаты эпюр для характерных сечений и соединить их линиями.

Характерными являются сечения балки, где приложены сосредоточенные силы и моменты (включая опорные сечения), а также сечения, ограничивающие участки с равномерно распределенной нагрузкой.



*Приведем некоторые правила построения эпюр.*

■ *Для эпюры поперечных сил:*

1. На участке, нагруженном равномерно распределенной нагрузкой, эпюра изображается прямой, наклоненной к оси балки.
2. На участке, свободном от распределенной нагрузки, эпюра изображается прямой, параллельной оси балки.
3. В сечении балки, где приложена сосредоточенная пара сил, поперечная сила не изменяет значения.
4. В сечении, где приложена сосредоточенная сила, значение поперечной силы меняется скачкообразно на значение, равное приложенной силе.
5. В конечном сечении балки поперечная сила численно равна сосредоточенной силе (активной или реактивной), приложенной в этом сечении.
6. Если в конечном сечении балки не приложена сосредоточенная сила, то поперечная сила в этом сечении равна нулю.

■ *Для эпюры изгибающих моментов:*

1. На участке, нагруженном равномерно распределенной нагрузкой, эпюра моментов изображается квадратичной параболой. Выпуклость параболы направлена навстречу нагрузке.
2. На участке, свободном от равномерно распределенной нагрузки, эпюра моментов изображается прямой линией.
3. В сечении балки, где приложена сосредоточенная пара сил, изгибающий момент меняется скачкообразно на значение, равное моменту приложенной пары.
4. Изгибающий момент в конечном сечении балки равен нулю, если в нем не приложена сосредоточенная пара сил.
5. Если же в конечном сечении приложена активная или реактивная пара сил, то изгибающий момент в сечении равен моменту приложенной пары.
6. На участке, где поперечная сила равна нулю, балка испытывает чистый изгиб, и эпюра изгибающих моментов изображается прямой, параллельной оси балки.
7. Изгибающий момент принимает экстремальное значение в сечении, где эпюра поперечных сил проходит через нуль, меняя знаки с « + » на « - » или с « - » на « + ».

В рассматриваемой задаче требуется построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, а также подобрать размеры поперечного сечения балки, выполненной из прокатного профиля — двутавра.

Условие прочности для балок с сечениями, симметричными относительно нейтральной оси, имеет вид:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{x\ max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

где  $W_x$  — осевой момент сопротивления сечения.

Для подбора сечения балки (проектного расчета) из условия прочности определяют необходимое значение осевого момента сопротивления:

$$W_x \geq \frac{M_{x\ max}}{[\sigma]}$$

По найденному моменту сопротивления  $W_x$ , подбирают соответствующее сечение по сортаменту (см. приложение 1).

Для закрепленной одним концом балки строить эпюры целесообразно со свободного конца (чтобы избежать определения опорных реакций в заделке).

✓ Последовательность решения задачи:

1. Балку разделить на участки по характерным сечениям.
2. Определить вид эпюры поперечных сил на каждом участке в зависимости от внешней нагрузки, вычислить поперечные силы в характерных сечениях и построить эпюру поперечных сил.
3. Определить вид эпюры изгибающих моментов на каждом участке в зависимости от внешней нагрузки, вычислить изгибающие моменты в характерных сечениях и построить эпюру изгибающих моментов.
4. Для данной балки, имеющей по всей длине постоянное поперечное сечение, выполнить проектный расчет, т. е. определить  $W_x$  в опасном сечении, где изгибающий момент имеет наибольшее по модулю значение.

Пример 1.

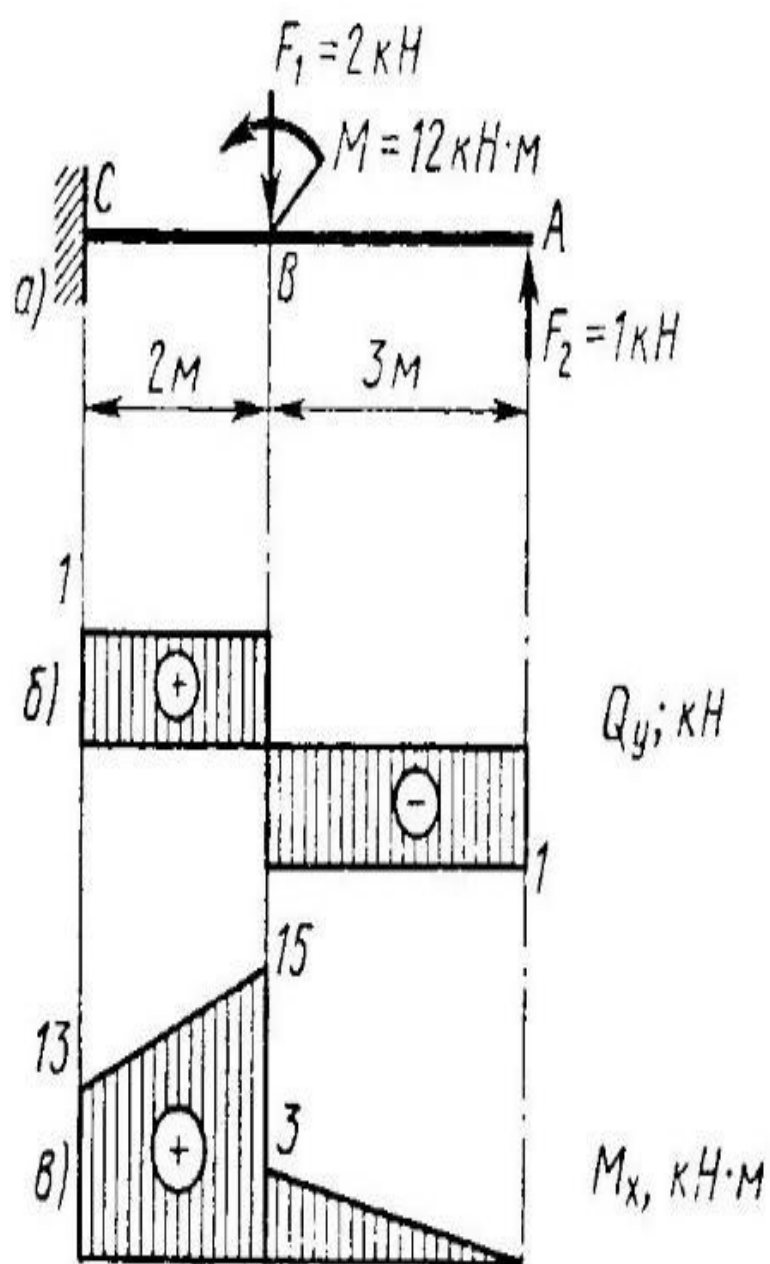
Для заданной консольной балки (поперечное сечение-двутавр,  $[\sigma] = 160$  МПа) построить эпюры  $Q_y$  и  $M_x$  и подобрать сечение по сортаменту.

Р е ш е н и е

1. Делим балку на участки по характерным сечениям  $A, B, C$  (рис. 2, а).
2. Определяем значения поперечной силы  $Q_y$  в характерных сечениях и строим эпюру (рис. 2, б):

$$\begin{aligned} Q_{лев}^{y_A} &= -F = -1 \text{ кН} \\ Q_{пр}^{y_A} &= -F^2 = -1 \text{ кН} \\ Q_{лев}^{y_B} &= -F + F_1^2 = -F^2 + F_1^2 = -1 + 2 = 1 \text{ кН} \end{aligned}$$





3. Определяем значения изгибающего момента  $M_x$  в характерных сечениях и строим эпюру (рис. 3, а):

$$M_A = 0$$

$$M_B^{\text{пр}} = F_2 \cdot AB = 1 \cdot 3 = 3 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_B^{\text{лев}} = F_2 \cdot AB + M = 1 \cdot 3 + 12 = 15 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_C^{\text{пр}} = F_2 \cdot AC + M - F_1 \cdot BC = 1 \cdot 5 + 12 - 2 \cdot 2 = 13 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

4. Исходя из эпюры  $M_x$  (рис. 3, в)

$$W_x = \frac{M_{x \max}}{[\sigma]} = \frac{15 \cdot 10^6}{160} = 93750 \text{ мм}^3 = 93,7 \text{ см}^3$$

В соответствии с ГОСТ 8239—89 выбираем двутавр № 16 (см. приложение 1).

Пример 2.

Для заданной двух опорной балки (рис. 4, а) определить реакции опор, построить эпюры поперечных сил, изгибающих моментов и определить размеры поперечного сечения ( $h$ ,  $b$ ,  $d$ .) в форме прямоугольника или круга, приняв для прямоугольника  $h/b = 1,5$ . Считать  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ .

- Последовательность решения задачи та же, что и в предыдущей задаче. Отличие лишь в том, что данную задачу начинают решать с определения реакций опор балки и проверки правильности найденных реакций.

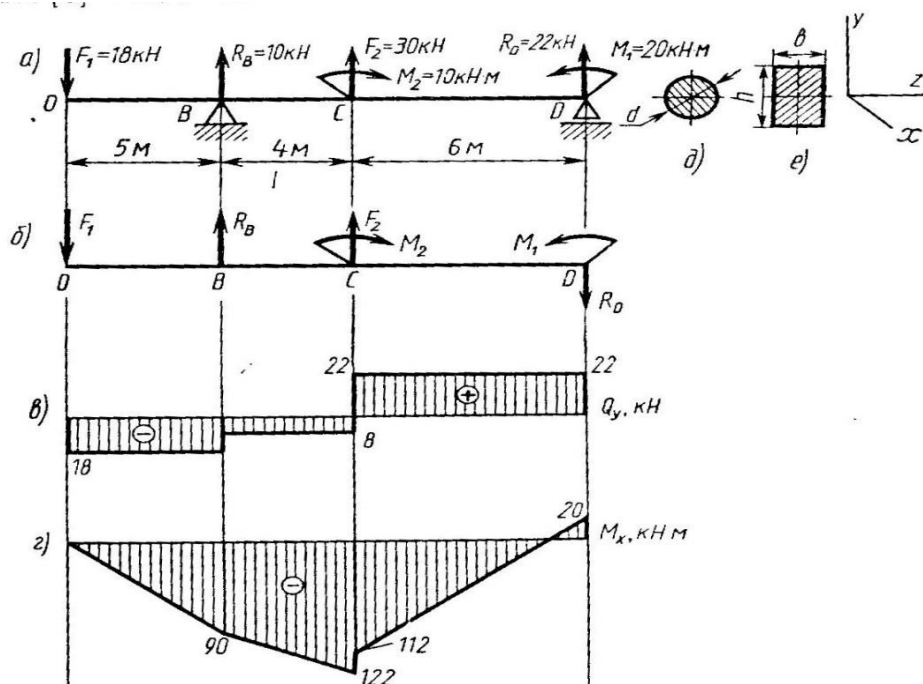


Рисунок 4

## Р е ш е н и е.

1. Определяем опорные реакции и проверяем их найденные значения:

$$\sum M_D = 0; \sum M_D = -M_1 + F_2 \cdot CD + M_2 + R_B \cdot BD - F_1 \cdot OD = 0;$$

$$R_B = \frac{M_1 - F_2 \cdot CD - M_2 + F_1 \cdot OD}{BD} = \frac{20 - 30 \cdot 6 - 10 + 18 \cdot 15}{10} = 10 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0; \sum M_B = -F_1 \cdot OB + M_2 - F_2 \cdot BC - R_D - M_1 = 0$$

$$R_D = \frac{-F_1 \cdot OB + M_2 - F_2 \cdot BC - M_1}{BD} = \frac{-18 \cdot 5 + 10 - 30 \cdot 4 - 20}{10} = -22 \text{ кН}$$

Так как реакция  $R_D$  получилась со знаком минус, то изменяем ее первоначальное направление на противоположное. Истинное направление реакции  $R_D$ —вниз (рис. 4, б).

*Проверка:*

$$\sum Y_0 = -F + R_B + F_2 - R_D = -18 + 10 + 30 - 22 = 0.$$

Условие статики  $\sum Y_i = 0$  выполняется, следовательно, реакции опор определены, верно.

При построении эпюр используем только истинные направления реакций опор.

2. Делим балку на участки по характерным сечениям  $O, B, C, D$  (рис. 4, б).

3. Определяем в характерных сечениях значения поперечной силы  $Q_y$  и строим эпюру слева направо (рис. 4, в):

$$\begin{aligned} Q_O^{\text{пр}} &= -F_1 = -18 \text{ кН}; \\ Q_O^{\text{лев}} &= -F_1 + R_B = -18 + 10 = -8 \text{ кН}; \\ Q_C^{\text{лев}} &= -F_1 + R_B = -18 + 10 = -8 \text{ кН}; \\ Q_C^{\text{пр}} &= -F_1 + R_B + F_2 = -18 + 10 + 30 = 22 \text{ кН}; \\ Q_D^{\text{лев}} &= -F_1 + R_B + F_2 = 22 \text{ кН} \end{aligned}$$

4. Вычисляем в характерных сечениях значения изгибающего момента и строим эпюру (рис. 4, г):

$$\begin{aligned} M_O &= 0; \\ M_B &= -F_1 \cdot AB = -18 \cdot 5 = -90 \text{ кН} \cdot \text{м}; \\ M_C^{\text{лев}} &= -F_1 \cdot OC + R_B \cdot BC = -18 \cdot 9 + 10 \cdot 4 = -122 \text{ кН} \cdot \text{м}; \\ M_C^{\text{пр}} &= -F_1 \cdot OC + R_B \cdot BC + M_1 = -18 \cdot 9 + 10 \cdot 4 + 10 = -112 \text{ кН} \cdot \text{м}; \\ M_D^{\text{лев}} &= -F_1 \cdot OD + R_B \cdot BD + M_2 + F_2 \cdot CD = -18 \cdot 15 + 10 \cdot 10 + 10 + 30 \cdot 6 = \end{aligned}$$

20 кН·м.

5. Вычисляем размеры сечения данной балки из условий прочности на изгиб по двум вариантам: а) сечение — прямоугольник с заданным соотношением сторон (рис. 4, е);

б) сечение — круг (рис. 4, д). Вычисление размеров прямоугольного сечения:

$$W_x = \frac{M_{x \max}}{[\sigma]} = \frac{122 \cdot 10^6}{160} = 0.762 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$$

Используя формулу  $W_x = \frac{bh^2}{6}$  и учитывая, что  $h = 1,5b$ , находим

$$b = \sqrt[3]{\frac{6W_x}{2.25}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 0.762 \cdot 10^6}{2.25}} = 10^2 \sqrt[3]{2.06} = 127 \text{ мм}$$

Используя формулу  $W_x = \frac{\pi d^3}{32}$ , находим диаметр круглого сечения

$$d = \sqrt[3]{\frac{32W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 0.762 \cdot 10^6}{3.14}} = 196 \text{ мм.}$$

### Задание

По исходным данным заданий практического занятия № 2:

а) построить эпюры поперечных сил, изгибающих моментов;

б) определить размеры поперечного сечения ( $h$ ,  $b$ ,  $d$ ) в форме прямоугольника или круга, приняв для прямоугольника  $h/b = 1,5$

в) подобрать сечение по сортаменту (два швеллера и двутавр);

Считать  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ ;

г) из рассчитанных вариантов форм поперечного сечения выбрать оптимальный вариант и обосновать его.

### 4. Порядок выполнения работы

4.1 Ознакомиться с заданиями;

4.2 Изучить общие и теоретические положения по теме практического занятия;

4.3. Решить задачи своего варианта;

4.4. Показать результаты расчетов преподавателю

### 5. Вопросы для самопроверки

5.1. Каковы правила знаков изгибающих моментов и поперечной силы?

- 5.2. Для чего строятся эпюры изгибающих моментов и поперечных сил?
- 5.3. Почему можно не определять опорные реакции для балки, защемленной только одним концом, при построении эпюр поперечных сил и изгибающих моментов?
- 5.4. Как найти на эпюре поперечных сил сечение, в котором величина изгибающего момента имеет наибольшее значение?
- 5.5. По какой формуле определяется нормальное напряжение в сечении при чистом изгибе?
- 5.7. Что такое осевой момент сопротивления и какова его размерность?

## 6. Домашнее задание

- 6.1 Подготовить ответы на контрольные вопросы
- 6.2 Оформить отчет;
- 6.3 Изучить рекомендуемую литературу.

## 7. Список литературы

- 7.1. Аркуша А.И. ,Фролов М.И. Техническая механика – М. -,1983
- 7.2 2.Сафонова Г.Г., Артюховская Т.Ю., Ермаков Д.А. Техническая механика: Учебник. – М.:ИНФРА – М, 2015.

## Приложения

Министерство науки и высшего образования РФ  
ФГБОУ ВО «Брянский государственный технический университет» (БГТУ)  
Политехнический колледж (ПК БГТУ)

Журнал

практических и лабораторных работ  
по учебной дисциплине «Техническая механика»  
Специальность 15.02.01 «Монтаж и техническая эксплуатация  
промышленного оборудования (по отраслям)»

Группа \_\_\_\_\_ 21мпо - 18

Студент \_\_\_\_\_ (И.О.Фамилия)

Преподаватель \_\_\_\_\_ (И.О.Фамилия)

Дата \_\_\_\_\_ Оценка \_\_\_\_\_

Ряд										Дополни- тельный размер*	Ряд				Дополни- тельный размер*
Ra5	Ra10	Ra20	Ra40	Ra5	Ra10	Ra20	Ra40	Ra5	Ra10	Ra20	Ra40	Ra5	Ra10	Ra20	Ra40
0,010	0,010	0,010	—	0,100	0,100	0,100	0,100	1,0	1,0	1,0	1,0	10	10	10	10,2
		0,011									1,1				10,5
	0,012	0,012	0,012	0,012	0,120	0,120	0,120	0,120	1,2	1,2	1,2	1,2	12	12	12
0,016	0,016	0,016	0,016	0,160	0,160	0,160	0,160	1,6	1,6	1,6	1,6	16	16	16	16,5
		0,018									1,8				17,5
	0,020	0,020	0,020	0,020	0,200	0,200	0,200	0,200	2,0	2,0	2,0	2,0	20	20	20
0,025	0,025	0,025	0,025	0,250	0,250	0,250	0,250	2,5	2,5	2,5	2,5	25	25	25	25
		0,028									2,8				26
	0,032	0,032	0,032	0,032	0,320	0,320	0,320	0,320	3,2	3,2	3,2	3,2	32	32	32
0,040	0,040	0,040	0,040	0,400	0,400	0,400	0,400	4,0	4,0	4,0	4,0	40	40	40	40
		0,045									4,5				42
	0,050	0,050	0,050	0,050	0,500	0,500	0,500	0,500	5,0	5,0	5,0	5,0	50	50	50
0,063	0,063	0,063	0,063	0,630	0,630	0,630	0,630	6,3	6,3	6,3	6,3	63	63	63	63
		0,071									7,1				67
	0,080	0,080	0,080	0,080	0,800	0,800	0,800	0,800	8,0	8,0	8,0	8,0	80	80	80
0,090	0,090	0,090	0,090	0,900	0,900	0,900	0,900	9,0	9,0	9,0	9,0	90	90	90	90
		0,095									9,5				95



Размеры, мм										Продолжение									
Ряд				Дополнительный размер*				Ряд				Дополнительный размер*							
Ra5	Ra10	Ra20	Ra40	Ra5	Ra10	Ra20	Ra40	Ra5	Ra10	Ra20	Ra40	Ra5	Ra10	Ra20	Ra40				
100	100	100	100	102	100	1000	1000	1000	1030	1000	1000	1030	10000	10000	10000	10300			
		110	110	112	110	1120	1060	1060	1090	1120	1060	1090		11200	10600	10900			
			120	115	115	1180	1180	1180	1220	1180	1180	1220			11800	12200			
	125	125	125	118	125	1250	1250	1250	1280	1250	1250	1280		12500	12500	12800			
			130	135	135	1320	1320	1320	1360	1400	1320	1360		14000	13200	13600			
		140	140	145	145	1400	1400	1400	1450	1500	1400	1450		15000	14000	14500			
160	160	160	160	165	160	1600	1600	1600	1650	1600	1600	1650	16000	16000	16000	16500			
			170	175	175	1700	1700	1700	1750	1800	1700	1750		18000	17000	17500			
		180	180	185	185	1800	1800	1800	1850	1900	1800	1850		19000	18000	18500			
	200	200	200	205	200	2000	2000	2000	2060	2000	2000	2060		20000	20000	20000			
			210	215	215	2120	2120	2120	2180	2240	2120	2180		22400	21200	21800			
		220	220	230	230	2240	2240	2240	2300	2360	2240	2300		23600	22400	23000			
250	250	250	250	270	250	2500	2500	2500	2580	2500	2500	2580		25000	25000	25800			
			260	290	290	2650	2650	2650	2720	2800	2650	2720		28000	26500	27200			
		280	280	310	310	2800	2800	2800	2900	3000	2800	2900		30000	28000	29000			
	320	320	320	330	320	3150	3150	3150	3250	3150	3150	3250		31500	31500	32500			
			340	350	350	3350	3350	3350	3450	3500	3350	3450		35000	33500	34500			
		360	360	370	370	3550	3550	3550	3650	3750	3550	3650		37500	35500	36500			
400	400	400	400	410	400	4000	4000	4000	4120	4000	4000	4120	40000	40000	40000	41200			
			420	440	440	4250	4250	4250	4370	4500	4250	4370		45000	42500	43700			
		450	450	460	460	4400	4400	4400	4480	4750	4400	4480		47500	44000	44800			
	500	500	500	515	500	5000	5000	5000	5150	5000	5000	5150		50000	50000	51500			
			560	580	580	5300	5300	5300	5450	5600	5300	5450		56000	53000	54500			
		560	560	580	580	5600	5600	5600	5800	6000	5600	5800		60000	56000	58000			
630	630	630	630	650	630	6300	6300	6300	6500	6300	6300	6500	63000	63000	63000	65000			
			670	690	690	6750	6750	6750	6900	7100	6750	6900		71000	67500	69000			
		710	710	730	730	7100	7100	7100	7300	7500	7100	7300		75000	71000	73000			
	800	800	800	825	800	8000	8000	8000	8250	8000	8000	8250		80000	80000	82500			
			850	875	875	8550	8550	8550	8750	9000	8550	8750		90000	85500	87500			
		900	900	925	925	9000	9000	9000	9250	9500	9000	9250		95000	90000	92500			
			950	975	975	9500	9500	9500	9750	10000	9500	9750		100000	95000	97500			

\* Для размеров свыше 1000 мм допускается также применять числа из ряда R160 по ГОСТ 8032.  
1—3. (Измененная редакция, Изм. № 2).





















## Список литературы

### Основные источники:

1. Аркуша А.И. ,Фролов М.И. Техническая механика – М. -,1983
- 2.Сафонова Г.Г., Артюховская Т.Ю., Ермаков Д.А. Техническая механика: Учебник. – М.:ИНФРА – М, 2015.

### Дополнительные источники:

- 1.Вереина Л. И., Краснов М.М. Техническая механика: Серия: среднее проф. образования.- М.: Изд. центр «Академия», 2013, 288 с.

### Мультимедиа и Интернет - ресурсы:

- Онлайн библиотека [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.vbbooks.ru>.
- Компьютерные электронные книги [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.comrebook.ru>.

## Список литературы

### 1. Нормативная литература и источники:

1.1 ФГОС среднего профессионального образования по специальности 15.02.01 «Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям)» (Утверждён приказом Министерства образования и науки РФ 18.04.2014 г. № 349,зарегистрирован в Минюсте России 11.06.2014 г. №32681).

2. Рабочая программа учебной дисциплины ОП.03 Техническая механика по специальности СПО 15.02.01 «Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям)» (базовая подготовка).

### Основная литература:

1. Аркуша А.И. ,Фролов М.И. Техническая механика – М. -,1983
- 2.Сафонова Г.Г., Артюховская Т.Ю., Ермаков Д.А. Техническая механика: Учебник. – М.:ИНФРА – М, 2015.

3. Вереина Л. И., Краснов М.М. Техническая механика: Серия: среднее проф. образования.- М.: Изд. центр «Академия», 2013, 288 с.

4. Эрдеди А.А. Техническая механика. Сопротивление материалов: Учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования, 2014.

4. Андреев В. И., Паушкин А.Г., Леонтьев А.Н., Техническая механика. М.: Высшая школа, 2013-224с.

Дополнительная литература:

1. Вереина Л. И. Техническая механика: Учеб. для нач. проф. образования.- М.: Изд. центр «Академия»; ИРПО, 2012.

Сайты в сети Интернет:

### Контроль и оценка результатов выполнения практических занятий

Результаты обучения

(освоенные умения, усвоенные знания)

Формы и методы контроля и оценки результатов обучения

Умения

- выполнять расчеты на прочность, жесткость, устойчивость элементов сооружений;
- определять аналитическим способом усилия опорные реакции балок-определять усилия в стержнях ферм;
- строить эпюры нормальных напряжений, изгибающих моментов и др.;

Наблюдение и анализ выполнения практических работ.

Тестирование.

Анализ выполнения самостоятельной работы.

Наблюдение и анализ выполнения письменных заданий.

Устный опрос.

Знания:

- законы механики деформируемого твердого тела, виды деформаций, основные расчеты;
- определение направления реакций, связи;
- определение момента силы относительно точки, его свойства;
- типы нагрузок и виды опор балок, ферм, рам;
- напряжения и деформации, возникающие в строительных элементах при работе под нагрузкой;
- моменты инерций простых сечений элементов и др.

Наблюдение и анализ выполнения практических работ.

Анализ выполнения самостоятельной работы.

Наблюдение и анализ выполнения письменных заданий.

Устный опрос.